TRƯỜNG ĐẠI HỌC ĐỒNG THÁP

KHOA SƯ PHẠM TOÁN – TIN

TRẦN THỊ CẨM NHUNG

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC PHÁT HIỆN VÀ GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ CHO HỌC SINH THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ "TỔ HỢP – XÁC SUẤT" ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11 NÂNG CAO

KHÓA LUẬN TỐT NGHIỆP

Ngành đào tạo: Sư phạm Toán

Trình độ: Đại học

Đồng Tháp, 2014

TRƯỜNG ĐẠI HỌC ĐỒNG THÁP
KHOA SƯ PHẠM TOÁN – TIN

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC PHÁT HIỆN VÀ GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ CHO HỌC SINH THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ "TỔ HỢP – XÁC SUẤT" ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11 NÂNG CAO

KHÓA LUẬN TỐT NGHIỆP
Ngành đào tạo: Sư phạm Toán
Trình độ: Đại học

GVHD: TS. NGUYỄN DƯƠNG HOÀNG
SVTH: TRẦN THỊ CẨM NHUNG

Đồng Tháp, 2014

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, các số liệu và kết quả nghiên cứu nêu trong khóa luận là trung thực, chưa được ai công bố trong bất kỳ công trình nào khác. Tôi hoàn toàn chịu trách nhiệm trước nhà trường về sự cam đoan này.

Đồng Tháp, ngày 26 tháng 04 năm 2014

Tác giả khóa luận

Trần Thị Cẩm Nhung

LỜI CẢM ƠN

Không những chỉ có sự nỗ lực, cố gắng của bản thân để hoàn thành khóa luận này mà nó còn có sự hướng dẫn tận tình của quý thầy cô.

Trước hết em xin gửi lời cảm ơn chân thành và sâu sắc đến TS. Nguyễn Dương Hoàng trưởng phòng Đào tạo sau đại học - trường Đại Học Đồng Tháp đã tận tình hướng dẫn và động viên để em hoàn thành đề tài khóa luận này.

Em trân trọng cảm ơn quý thầy cô trong khoa Sư phạm Toán – Tin đã trang bị cho em kiến thức và đã tạo điều kiện thuận lợi cho em hoàn thành đề tài này.

Em xin trân trọng gửi lời cảm ơn đến Ban giám hiệu, quý thầy cô của trường THPT Lấp Vò 2, đặc biệt là thầy Bùi Phú Hữu – GV dạy Toán, cùng quý thầy cô trong tổ toán học đã tạo điều kiện thuận lợi giúp đỡ em trong thời gian thực tập và thực nghiệm sư phạm để em hoàn thành tốt đề tài khóa luận này.

Đây là lần đầu tiên thực hiện khóa luận nên sẽ không tránh khỏi những sai sót kính mong được sự đóng góp ý kiến tận tình của quý thầy cô và các bạn để đề tài được hoàn thiện hơn.

Em xin chân thành cảm ơn!

BẢNG TỪ VIẾT TẮT

Giáo viên: GV

Học sinh: HS

Phát hiện và giải quyết vấn đề: PH &GQVĐ

Sách giáo khoa: SGK

Tổ hợp - Xác suất: TH-XS

Trung học phổ thông: THPT

MỤC LỤC

PHẦN MỞ ĐẦU

1. Thông tin chung về đề tài

1.1. Tên đề tài: *Phát triển năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho học sinh thông qua dạy học chủ đề "Tổ hợp – xác suất" Đại số - Giải tích 11 nâng cao.*

1.2. Bộ môn quản lý đề tài: Lý luận và phương pháp dạy học bộ môn Toán

1.3. Khoa quản lý sinh viên: Khoa Sư phạm Toán - Tin

1.4. Sinh viên thực hiện đề tài: Trần Thị Cẩm Nhung

2. Lí do chọn đề tài

Tiếp tục đẩy mạnh toàn diện công cuộc đổi mới, thực hiện công nghiệp hóa, hiện đại hóa gắn với phát triển kinh tế tri thức, tích cực chủ động hội nhập quốc tế sâu rộng hơn để đến năm 2020 nước ta trở thành một nước công nghiệp theo hướng hiện đại đặt ra cho giáo dục, đào tạo nước ta những yêu cầu, nhiệm vụ thách thức mới. Đào tạo nguồn nhân lực có trình độ cao đáp ứng nhu cầu phát triển kinh tế tri thức đang là áp lực của ngành giáo dục nói riêng và của toàn Đảng, toàn dân nói chung. Điều này đòi hỏi phải có định hướng phát triển, có tầm nhìn chiến lược, ổn định lâu dài cùng những phương pháp, hình thức, tổ chức, quản lí giáo dục và đào tạo cho phù hợp.

Điều 2 luật sửa đổi bổ sung Giáo Dục 2009 có viết: *"Mục tiêu của Giáo Dục là đào tạo con người Việt Nam phát triển toàn diện, có đạo đức, tri thức, sức khỏe, thẩm mỹ và nghề nghiệp, trung thành với lý tưởng độc lập và xã hội, hình thành và bồi dưỡng nhân cách, phẩm chất và năng lực của công dân, đáp ứng yêu cầu sự nghiệp xây dựng và bảo vệ Tổ quốc".*

Theo điều 5 luật Giáo Dục năm 2005 quyết định: *"Phương pháp dạy học phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo cho người học; bồi dưỡng cho người học năng lực tự học, khả năng tự thực hành, lòng say mê học và ý chí vươn lên".*

Để thực hiện thành công đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục đào tạo nước nhà chúng ta cần phải thực hiện nhiều giải pháp trong đó có giải pháp đổi mới nội dung, phương pháp dạy và học theo định hướng "*coi trọng việc bồi dưỡng năng lực tự học của HS"* ở tất cả các cấp.

Để làm được điều này GV cần làm cho HS thấy được tầm quan trọng của Toán học trong cuộc sống để họ có lòng đam mê, hứng thú, tích cực học tập.

Một người được coi là có năng lực nếu như họ có tư duy độc lập, nhạy bén, luôn đặt ra cho mình những câu hỏi thích hợp, rõ ràng, chính xác về mọi sự việc. Trong một hoàn cảnh nhất định người đó nắm vững tri thức, kĩ năng, kĩ xảo để giải quyết vấn đề nhanh nhất và hiệu quả nhất. Năng lực giải toán là khả năng vận dụng những kiến thức đã được học vào giải bài tập toán. Vì vậy, việc phát triển năng lực giải toán có vai trò quan trọng trong việc phát triển khả năng tư duy của HS, vì để giải bài tập toán HS phải suy luận, phải tư duy, phải liên hệ với các bài toán khác để tìm ra lời giải, phải biết huy động kiến thức, biết chuyển đổi ngôn ngữ, biến đổi đối tượng.

Phát huy tính tích cực tập của HS không phải là vấn đề mới mà đã được đặt ra từ nhiều năm nay trong ngành giáo dục nước ta. Vấn đề này đã trở thành một trong những phương hướng chính nhằm đào tạo những con người lao động sáng tạo, làm chủ đất nước. Thực tiễn giảng dạy bộ môn Toán hiện nay ở các trường THPT còn nhiều vấn đề bất cập trong phương pháp giảng dạy truyền thụ tri thức cho HS. Đã có nhiều áp dụng các phương pháp dạy học cả các phương pháp truyền thống cũng như các phương pháp dạy học hiện đại vào thực tiễn giảng dạy nhưng vẫn chưa phát huy được tính tích cực, chủ động, sáng tạo của HS, HS vẫn còn thụ động trong việc tiếp thu các tri thức khoa học, chưa phát huy hết đặc điểm nổi bật của môn Toán trong việc giáo dục nhân cách cho HS.

Để đáp ứng được những yêu cầu trên chúng ta không chỉ dừng lại ở việc nêu định hướng đổi mới phương pháp dạy học mà cần đi sâu vào những phương pháp dạy học cụ thể. Hiện nay có rất nhiều phương pháp dạy học, quan điểm dạy học mới đang được phát hiện và nghiên cứu để áp dụng vào thực tiễn giảng dạy, một trong các phương pháp đó là: PH & GQVĐ.

Phương pháp dạy học "PH & GQVĐ" là một phương pháp dạy học tích cực. Nó phát huy tính tích cực, chủ động sáng tạo của HS. Phương pháp dạy học này phù hợp với tư tưởng hiện đại về đổi mới mục tiêu, phù hợp với yêu cầu đổi mới của giáo dục nước nhà là xây dựng những con người biết đặt và giải quyết vấn đề trong cuộc sống, phù hợp với hệ giá trị chuẩn mực, những con người thực sự là động lực của phát triển bền vững và nhanh chóng của đất nước.

Lý thuyết TH –XS là ngành khoa học đang giữ vị trí quan trọng trong các lĩnh vực ứng dụng rộng rãi và phong phú của đời sống con người. Nhưng trong thực tế, tổ hợp xác suất luôn được đánh giá là nội dung khó trong chương trình toán phổ thông. HS thường không hiểu một cách chính xác các mối quan hệ giữa các đối tượng được xét mà đôi khi bằng ngôn ngữ GV khó có thể diễn đạt một cách đầy đủ để HS hiểu cặn kẽ vấn đề.

Để cải thiện tình hình nói trên, GV cần phải có những biện pháp dạy học tích cực trong đó có biện pháp nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ. Với những lí do trên, tôi quyết định chọn đề tài *"Phát triển năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho học sinh thông qua dạy học chủ đề "Tổ hợp – xác suất" Đại số - Giải tích 11 nâng cao"*.

3. Tổng quan về đề tài

3.1. Tổng quan về "dạy học nêu vấn đề"

3.1.1. Trên thế giới

Thuật ngữ "dạy học nêu vấn đề" xuất phát từ thuật ngữ "Orixtic". Phương pháp này còn có tên gọi là "Dạy học PH & GQVĐ". Vào những năm 70 của thế kỷ XIX phương pháp đã được nhiều nhà khoa học nghiên cứu như A. Ja Ghecđơ, B. E Raicôp,... Các nhà khoa học này đã nêu lên phương án tìm tòi, phát kiến trong dạy học nhằm hình thành năng lực nhận thức của học sinh bằng cách đưa học sinh vào hoạt động tìm kiếm ra tri thức, học sinh là chủ thể của hoạt động học, là người sáng tạo ra hoạt động học. Đây có thể là một trong những cơ sở lí luận của phương pháp dạy học PH & GQVĐ. Vào những năm 50 của thế kỉ XX, xã hội bắt đầu phát triển mạnh, đôi lúc xuất hiện mâu thuẫn trong giáo dục đó là mâu thuẫn giữa yêu cầu giáo dục ngày càng cao, khả năng sáng tạo của HS ngày càng tăng với tổ chức dạy học còn lạc hậu. Phương pháp PH & GQVĐ ra đời. Phương pháp này đặc biệt được chú trọng ở Ba Lan. V. Okon – nhà giáo dục học Ba Lan đã làm sáng tỏ phương pháp này thật sự là một phương pháp dạy học tích cực, tuy nhiên những nghiên cứu này chỉ dừng ở việc ghi lại những thực nghiệm thu được từ việc sử dụng phương pháp này chứ chưa đưa ra đầy đủ cơ sở lí luận cho phương pháp này. Những năm 70 của thế kỉ XX, M. I Mackmutov đã đưa ra đầy đủ cơ sở lí luận của phương pháp dạy học giải quyết vấn đề. Trên thế giới cũng có nhiều nhà khoa học, nhà giáo dục nghiên cứu phương pháp này như: Xcatlin, Machiuskin, Lecne…

3.1.2. Ở Việt Nam

Người đầu tiên đưa phương pháp này vào Việt Nam là dịch giả Phan Tất Đắc "Dạy học nêu vấn đề" (Lecne) (1977). Về sau, nhiều nhà khoa học nghiên cứu phương pháp này như Lê Khánh Bằng, Vũ Văn Tảo, Nguyễn Bá Kim,… Gần đây, Nguyễn Kì đã đưa ra phương pháp dạy học PH & GQVĐ vào nhà trường tiểu học và thực nghiệm ở một số môn như Toán, Tự nhiên – xã hội, Đạo đức. Phương pháp PH & GQVĐ thật sự là một phương pháp tích cực. Trong công cuộc đổi mới phương pháp dạy học, phương pháp này là một trong những phương pháp chủ đạo được sử dụng trong các nhà trường nói chung và trong nhà trường THPT nói riêng.

3.2. Tổng quan về "TH - XS"

- Từ năm 1736, nhà toán học Euler đã giải quyết thành công bài toán tổ hợp về bảy cây cầu ở thành phố Konigsberg, Đức (nay là Kaliningrad, Nga). Và kể từ đó đến nay, trải qua những thăng trầm của lịch sử, lí thuyết tổ hợp vẫn phát triển mạnh mẽ, đóng góp nhiều cho sự phát triển của khoa học và kĩ thuật hiện đại.

- Khái niệm xác suất nảy sinh và phát triển với việc giải quyết vấn đề chia tiền cược mà người khởi xướng là Pascal và Fermat.

- Đến năm 1662, trong Nghệ thuật tư duy của Antoine Arnauld và Pierre Nicole (các bạn của Pascal) thì thuật ngữ xác suất mới thực sự xuất hiện lần đầu tiên với ý nghĩa đúng như chúng ta biết ngày nay.

- Trong vòng nửa sau thế kỷ XVII, từ bài toán chia tiền cược mà khái niệm xác suất đã được nảy sinh.

- Bernoulli đã nêu lên một số định nghĩa liên quan tới xác suất: "xác suất trong thực tế là mức độ chắc chắn…", "dự đoán một điều gì đó là đo lường xác suất của nó…".

- Năm 1812, Laplace công bố "Chuyên luận giải tích về xác suất". Với chuyên luận này Laplace đã chính thức đưa ra định nghĩa đầu tiên về xác suất.

- Năm 1933, nhà toán học người Nga là Andrei Kolmogorov đã phác thảo một hệ tiên đề làm nền tảng cho lý thuyết xác suất hiện đại.

Theo lý thuyết này, Ω là một tập hợp biểu thị các kết quả của phép thử ngẫu nhiên, trên Ω định nghĩa một độ đo bị chặn μ thỏa mãn các tiên đề:

Tiên đề 1: với mọi biến cố A, $0 \le \mu(A) \le 1$

Tiên đề 2: $\mu(\Omega) = 1$

Tiên đề 3: với mọi dãy biến cố đôi một rời nhau A_1, A_2,.... thì $\mu(A_1 \cup A_2 \cup ...) = \Sigma\, \mu(A_i)$

Khi đó xác suất của một biến cố trong một phép thử ngẫu nhiên là độ đo μ cùa tập hợp mô tả biến cố đó. Đó là số thực, được ghi là $\mu(A)$.

Ý tưởng này đã được chọn lọc lại phần nào và ngày nay lý thuyết xác suất và thống kê đã trở thành một ngành toán học ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực: vật lý, cơ học, sinh học, y học, kinh tế, địa lý...

- Cuốn sách Tiếng Việt về xác suất - thống kê xuất bản lần đầu tiên ở nước ta là cuốn "Thống kê thường thức" của cố giáo sư Tạ Quang Bửu, nó được xuất bản vào năm 1948. Cuốn sách này trình bày các kiến thức cơ bản về xác suất, thống kê và những ứng dụng của môn học này trong quân sự. Toán TH – XS là một ngành toán học có nhiều ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khoa học, công nghệ, kinh tế... Vì vậy lý thuyết TH – XS đã được đưa vào chương trình toán lớp 11 nhằm cung cấp cho HS THPT những kiến thức cơ bản về ngành toán học quan trọng này. Ở nước ta, xác suất mới được đưa vào chương trình toán phân ban thí điểm ở lớp 11 năm 2005 – 2006.

- Một số công trình nghiên cứu về TH-XS ở trường phổ thông như: Luận án của thạc sĩ Trần Thiện Liền: *"Vận dụng phương pháp dạy học khám phá trong dạy học chủ đề tổ hợp và xác suất lớp 11 ban cơ bản ở trường THPT"* (2012), luận án của thạc sĩ Trần Lê Huy: *"Dạy học nội dung Tổ hợp – xác suất ở lớp 11 theo hướng phát huy tính tích cực hoạt động học tập của học sinh"*, bài khóa luận tốt nghiệp của Trần Thị Thúy An: *"Tăng cường tính thực tiễn trong dạy học Tổ hợp và xác suất"* (2010), bài khóa luận tốt nghiệp của Đào Xuân Phương : "*Vận dụng quan điểm hoạt động trong dạy học nội dung xác suất thống kê ở trường THPT*" (2011)… Tuy nhiên các công trình trên chỉ tập trung vào việc nghiên cứu các phương pháp dạy học PH & GQVĐ, tăng cường tính thực tiễn hay vận dụng quan điểm hoạt động trong dạy học TH – XS mà chưa có công trình nào nghiên cứu một cách cụ thể về việc phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS thông qua dạy học chủ đề TH – XS nên tôi quyết định nghiên cứu về vấn đề này để góp phần nâng cao chất lượng dạy học trong trường THPT.

4. Mục tiêu nghiên cứu

Hệ thống hóa làm rõ nội dung của năng lực PH & GQVĐ trong dạy học TH - XS. Từ đó nghiên cứu đề xuất các biện pháp nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ trong dạy học TH – XS cho HS.

5. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Đối tượng: Năng lực PH & GQVĐ trong dạy học chủ đề "TH - XS".

Phạm vi nghiên cứu: SGK và HS lớp 11 trường THPT Lấp Vò 2.

6. Nội dung nghiên cứu

Chương I: Cơ sở lý luận và thực tiễn

1.1. Năng lực, năng lực toán học, năng lực PH & GQVĐ

1.1.1. Năng lực

1.1.2. Năng lực toán học

1.1.3. Năng lực PH & GQVĐ

1.2. Dạy học PH & GQVĐ

1.2.1. Cơ sở lí luận và thực tiễn

1.2.2. Những khái niệm cơ bản

1.2.3. Những hình thức và cấp độ dạy học PH & GQVĐ

1.2.4. Thực hiện dạy học PH & GQVĐ

1.3. Vai trò, vị trí, nội dung của chủ đề TH – XS trong chương trình toán lớp 11

1.4. Thực trạng dạy học TH – XS ở trường THPT

1.4.1 Đối tượng khảo sát

1.4.2 Mục đích khảo sát

1.4.3 Kết quả khảo sát

1.4.4 Kết luận

Kết luận chương I

Chương II: Các biện pháp nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho học sinh thông qua dạy học chủ đề TH - XS

PHỤ LỤC 2

7. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp nghiên cứu lý luận: Nghiên cứu tài liệu, SGK, sách bài tập, các tài liệu liên quan khác…

Phương pháp điều tra, quan sát: Thu thập thông tin từ việc điều tra, thực trạng việc sử dụng phương pháp dạy học PH & GQVĐ ở trường THPT.

Phương pháp tổng kết kinh nghiệm: Tiến hành phỏng vấn và trao đổi với GV để học hỏi kinh nghiệm, tiếp xúc và trò chuyện với HS để tìm hiểu tình hình học tập của lớp.

Phương pháp thực nghiệm sư phạm: thực hiện việc phỏng vấn GV và trắc nghiệm đối với HS.

8. Kế hoạch nghiên cứu

Thời gian	Công việc của sinh viên	Công việc của giảng viên hướng dẫn
Từ 01/11/2013 đến 15/11/2013	- Viết đề cương khóa luận tốt nghiệp. - Tìm kiếm, thu thập tài liệu.	- Hướng dẫn và chỉnh sửa giúp sinh viên hoàn thành đề cương. - Giới thiệu tài liệu cho sinh viên.
Từ 16/11/2013 đến 15/01/2014	- Hoàn thành chương I.	- Hướng dẫn và chỉnh sửa giúp sinh viên.
Từ 16/01/2014 đến 31/03/2014	- Hoàn thành chương II.	- Hướng dẫn, chỉnh sửa và giải đáp thắc mắc giúp sinh viên khi sinh viên cần.
Từ 01/04/2014 đến 27/04/2014	- Hoàn thành chương III. - Chuẩn bị báo cáo khóa luận.	- Hướng dẫn, chỉnh sửa và giải đáp thắc mắc giúp sinh viên khi sinh viên cần. - Hướng dẫn sinh viên về việc chuẩn bị báo cáo khóa luận.
Từ 02/05/2014 đến 12/05/2014	- Báo cáo khóa luận tốt nghiệp.	

PHẦN NỘI DUNG

CHƯƠNG I. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Năng lực, năng lực toán học, năng lực PH & GQVĐ

1.1.1. Năng lực

Năng lực là một vấn đề khá trừu tượng của tâm lí học. Khái niệm này cho đến ngày nay vẫn có nhiều cách tiếp cận và cách diễn đạt khác nhau.

- Theo quan điểm của những nhà tâm lí học năng lực là tổng hợp các đặc điểm, thuộc tính tâm lí của cá nhân phù hợp với yêu cầu đặc trưng của một hoạt động nhất định nhằm đảm bảo cho hoạt động đó đạt hiệu quả cao.

- Theo Nguyễn Huy Tú [12; 11]: "... Năng lực tự nhiên là loại năng lực được nảy sinh trên cơ sở những tư chất bẩm sinh di truyền, không cần đến tác động của giáo dục và đào tạo. Nó cho phép con người giải quyết được những yêu cầu tối thiểu, quen thuộc đặt ra cho mình trong cuộc sống".

Các năng lực hình thành trên cơ sở của các tư chất tự nhiên của cá nhân mới đóng vai trò quan trọng, năng lực của con người không phải hoàn toàn do tự nhiên mà có, phần lớn do giáo dục, tập luyện.

- Năng lực được đào tạo là những phẩm chất trong quá trình hoạt động tâm lí tương đối ổn định và khái quát của con người, nhờ nó chúng ta giải quyết được (ở mức độ này hay mức độ khác) một hoặc một vài yêu cầu mới nào đó trong cuộc sống" – Nguyễn Huy Tú [12; 11].

- X.L.Rubinxtein cho rằng: "Năng lực là toàn bộ các thuộc tính tâm lí làm cho con người thích hợp với một hoạt động có lợi ích xã hội nhất định".

- Tâm lí chia năng lực thành các dạng khác nhau như năng lực chung và năng lực chuyên môn. Năng lực được chia thành ba mức độ: năng lực, tài năng và thiên tài.

1.1.2. Năng lực toán học

Năng lực toán học được hiểu là những đặc điểm tâm lí cá nhân (trước hết là những đặc điểm hoạt động trí tuệ) đáp ứng những yêu cầu của hoạt động toán học, được biểu hiện ở một số mặt:

- Năng lực thực hiện các thao tác tư duy cơ bản.

- Năng lực rút gọn quá trình lập luận toán học và hệ thống các phép tính.
- Sự linh hoạt của quá trình tư duy.
- Khuynh hướng về sự rõ ràng, đơn giản và tiết kiệm của lời giải các bài toán.
- Năng lực chuyển dễ dàng từ tư duy thuận sang tư duy nghịch.
- Trí nhớ về các sơ đồ tư duy khái quát, các quan hệ khái quát trong lĩnh vực số và dấu.

Với mỗi người khác nhau thì năng lực học tập toán học cũng khác nhau. Năng lực này được hình thành và phát triển trong quá trình học tập và rèn luyện của mỗi HS. Vì thế việc *lựa chọn nội dung và phương pháp thích hợp* sao cho mỗi HS đều được *nâng cao dần* về mặt năng lực là vấn đề quan trọng trong dạy học toán.

1.1.3. Năng lực PH & GQVĐ

1.1.3.1. Năng lực phát hiện vấn đề

Năng lực phát hiện vấn đề trong môn toán là năng lực hoạt động trí tuệ của HS khi đứng trước những vấn đề, những bài toán cụ thể, có mục tiêu và tính hướng đích cao đòi hỏi phải huy động khả năng tư duy tích cực và sáng tạo nhằm tìm ra lời giải cho vấn đề.

Một số biện pháp tăng khả năng phát hiện vấn đề cho HS:

- Sử dụng đặc biệt hóa, khái quát hóa và tương tự hóa.
- Sáng tác bài toán.
- Chuyển đổi bài toán.

Ví dụ 1: Cho tập hợp A = {0, 1, 2, 3, 4}. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 3 chữ số khác nhau lấy từ tập hợp A?

Từ đây HS có thể đặt ra bài toán khác mà nó gần giống với bài toán trên như sau: cho tập hợp A = {0, 1, 2, 3, 4}. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn, mỗi số có 3 chữ số khác nhau lấy từ tập hợp A?

1.1.3.2. Năng lực giải quyết vấn đề

Năng lực giải quyết vấn đề là tổ hợp các năng lực thể hiện ở các kĩ năng (thao tác tư duy và hoạt động) trong hoạt động học tập nhằm giải quyết có hiệu quả những nhiệm vụ của bài toán.

Một số biện pháp tăng khả năng giải quyết vấn đề cho HS:

- Khai thác triệt để giả thiết của bài toán để tìm lời giải
- Tìm nhiều lời giải cho bài toán
- Tìm sai lầm của một lời giải

Ví dụ 2: Ta có thể đưa ra cho HS hai cách giải bài toán sau.

Người ta xếp ngẫu nhiên 5 lá phiếu có thứ tự từ 1 đến 5 cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để các lá phiếu chẵn luôn ở cạnh nhau?

Giải:

Cách 1: Mỗi cách xếp 5 lá phiếu để hai phiếu chẵn 2, 4 kề nhau có thể xem là một cách xếp 4 phần tử gồm 1, 3, 5 và một cặp số chẵn. Số cách xếp là 4!. Cặp số chẵn lại có 2 cách xếp: (2; 4) và (4; 2). Vậy số lượng cách xếp để các phiếu số chẵn cạnh nhau là 2.4! = 48 cách.

Cách 2: Xếp 5 lá phiếu được xem như xếp vào 5 vị trí I, II, III, IV, V.

Để hai phiếu chẵn ở cạnh nhau ta có 4 cách chọn 2 vị trí liên tiếp I – II, II – III, III – IV, IV – V.

Với hai vị trí đã chọn có hai cách xếp khác nhau. Ba phiếu lẻ xếp vào ba vị trí còn lại, nên ta có 3! cách sắp xếp.

Vậy cách xếp để các lá phiếu chẵn luôn ở cạnh nhau là 4.2.3! = 48 cách sắp xếp.

Ví dụ 3: Cho HS tìm sai lầm trong lời giải sau:

Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất của biến cố tổng số chấm xuất hiện trên mặt của con súc sắc hai lần là 8.

Giải: tổng số chấm xuất hiện trên mặt của con súc sắc hai lần chỉ có thể là 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 nên không gian mẫu của phép thử này gồm 11 kết quả đồng khả năng. Trong đó chỉ có 1 kết quả cho tổng là 5 nên xác suất của biến cố này là $\frac{1}{11}$.

Sai lầm: Trong lời giải trên HS đã hiểu không đúng về không gian mẫu. Không gian mẫu là tập hợp bao gồm tất cả các kết quả có thể có của phép thử. Kết quả của phép thử ở đây là con súc sắc thứ nhất xuất hiện mặt mấy chấm, con súc sắc thứ hai xuất hiện mặt mấy chấm chứ không phải là tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con súc sắc. Trong trường hợp này không gian mẫu của phép thử có 36 phần tử, trong đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố này là 5 nên xác suất là $\frac{5}{36}$.

1.2. Dạy học PH & GQVĐ

1.2.1. Cơ sở lí luận

- Cơ sở triết học:

Theo triết học duy vật biện chứng, mâu thuẫn là nguồn gốc, động lực thúc đẩy quá trình phát triển của mọi sự vật và hiện tượng. Trong quá trình học tập của HS luôn luôn xuất hiện mâu thuẫn đó là mâu thuẫn giữa tri thức và kinh nghiệm sẵn có của bản thân với yêu cầu nhiệm vụ nhận thức để giải quyết những nhiệm vụ nhận thức vừa mới đặt ra. Phương pháp dạy học PH & GQVĐ là một phương pháp dạy học mà ở đó người GV tạo ra cho HS những tình huống có vấn đề (những mâu thuẫn) và HS sẽ chủ động, tích cực suy nghĩ để giải quyết vấn đề. Sự tích cực hoạt động tư duy của HS là một yếu tố quan trọng quyết định sự phát triển của bản thân người học. Do đó người thầy cần phải bồi dưỡng và phát huy được cao độ năng lực tư duy tích cực của trò trong quá trình dạy học. Phương pháp này đã vận dụng một khái niệm về mâu thuẫn làm cơ sở khoa học cho mình.

- Cơ sở tâm lí học:

Theo các nhà tâm lí học thì con người chỉ bắt đầu tư duy tích cực khi nảy sinh nhu cầu tư duy, nghĩa là tư duy của con người nảy sinh, phát triển để đạt được kết quả cao nhất ở nơi xuất hiện vấn đề cần khắc phục, giải quyết. Như vậy ta thấy phương pháp dạy học PH & GQVĐ dựa trên cơ sở lí luận của tâm lí học về quá trình tư duy và về đặc điểm tâm lí học lứa tuổi.

Quá trình dạy học PH & GQVĐ là quá trình mà thầy đưa trò đến một trở ngại nào đó mà trở ngại này gây ra sự ngạc nhiên, hứng thú, có nhu cầu khám phá và chờ đợi kết quả. Nếu tích cực hoạt động trên sức một chút sẽ vượt qua trở ngại này. HS có thể suy nghĩ độc lập hoặc dưới sự dẫn dắt của người GV để đi đến kết quả. Và kết quả của việc nghiên cứu, suy nghĩ trên đó là tri thức mới, nhận thức mới hoặc phương thức hành động mới. Do đó mà ta thấy rõ ràng tình huống có vấn đề xuất hiện và được giải quyết thông qua sự tích cực hoạt động của người học.

Quá trình nhận thức luôn thực hiện nhờ tư duy mà tư duy về bản chất lại là sự nhận thức dẫn đến PH & GQVĐ, nhiệm vụ đặt ra cho mỗi người. Vì vậy ở đâu có vấn đề thì ở đó có tư duy.

Theo tâm lí học kiến tạo, học tập chủ yếu là một quá trình trong đó người học xây dựng tri thức cho mình bằng cách liên hệ những cảm nghiệm mới với những tri thức đã có. Dạy học PH & GQVĐ phù hợp với quan điểm này.

- Cơ sở giáo dục học:

Theo điều 5 luật Giáo Dục năm 2005 quyết định: *"Phương pháp dạy học phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo cho người học; bồi dưỡng cho người học năng lực tự học, khả năng tự thực hành, lòng say mê học và ý chí vươn lên"*. Phương pháp dạy học PH & GQVĐ khêu gợi được hoạt động học tập mà chủ thể được hướng đích, gợi động cơ trong quá trình PH & GQVĐ do đó mà nó phù hợp với phương pháp giáo dục của nước ta. Kiểu dạy học này giúp HS vừa nắm được kiến thức mới, vừa nắm được phương pháp đi tới kiến thức đó, lại vừa phát triển tư duy tích cực, độc lập, sáng tạo và có tiềm năng vận dụng tri thức vào những tình huống mới, chuẩn bị năng lực thích ứng với đời sống xã hội, phát hiện kịp thời và giải quyết hợp lí các vấn đề nảy sinh cả trong học tập và trong cuộc sống. Đồng thời nó cũng bồi dưỡng các đức tính cần thiết của con người lao động sáng tạo như tính chủ động, tích cực, cẩn thận, kiên trì, vượt khó làm việc có kế hoạch,...

1.2.2. Những khái niệm cơ bản

1.2.2.1. Vấn đề

Có nhiều cách hiểu thuật ngữ "vấn đề" nhưng hiểu theo nghĩa dùng trong giáo dục thì vấn đề là bài toán mà chủ thể chưa biết ít nhất một phần tử của khách thể, mong muốn tìm phần tử chưa biết đó dựa vào những phần tử biết trước nhưng chưa có trong tay thuật giải.

Ví dụ 4: Bài toán yêu cầu khai triển hằng đẳng thức $(x + 3)^6$ không phải là một vấn đề khi HS đã được học về khai triển nhị thức Newton nhưng nó lại là một vấn đề khi họ chưa được học công thức nhị thức Newton.

1.2.2.2. Tình huống gợi vấn đề

- Có nhiều cách phát biểu có những điểm khác biệt về tình huống gợi vấn đề (tình huống vấn đề) của các nhà giáo dục học như: I.IA.Lecne, M.I.Makhmutov, giáo sư

Trần Bá Hoành, giáo sư Nguyễn Bá Kim,... nhưng tất cả đều thống nhất tình huống vấn đề là tình huống thỏa mãn ba điều kiện sau:

+ Tồn tại một vấn đề:

Đây là vấn đề trung tâm của tình huống. Tình huống phải chứa đựng một mâu thuẫn, đó là mâu thuẫn giữa trình độ kiến thức sẵn có của bản thân với yêu cầu lĩnh hội kiến thức, kĩ năng mới. Hay nói cách khác, tình huống có vấn đề là tình huống mà HS phải nhận ra được có ít nhất một phần tử nào đó của khách thể mà HS chưa biết và cũng chưa có thuật giải nào để tìm phần tử đó.

+ Gợi nhu cầu nhận thức:

Tình huống có vấn đề là tình huống phải chứa đựng một vấn đề tạo ra sự ngạc nhiên, hứng thú, hấp dẫn, thu hút sự chú ý của HS. Hay nói cách khác là phải gợi nhu cầu nhận thức ở HS, làm cho HS cảm thấy cần thiết phải giải quyết. Chẳng hạn tình huống phải bộc lộ sự khiếm khuyết về kiến thức, kĩ năng để họ thấy cần thiết phải chiếm lĩnh tri thức để lấp đầy những khoảng trống đó nhằm tự hoàn thiện hiểu biết của mình bằng cách tham gia giải quyết vấn đề nảy sinh. Nếu tình huống đưa ra nhưng không khơi dậy ở HS nhu cầu phải tìm hiểu, họ cảm thấy xa lạ và không liên quan gì đến mình thì cũng chưa được gọi là một tình huống có vấn đề.

+ Khơi dậy niềm tin ở khả năng bản thân:

Tình huống có vấn đề phải phù hợp với trình độ hiểu biết của HS, nó không được vượt quá xa tầm hiểu biết của HS vì nếu như vậy thì HS sẽ thấy hoang mang, bế tắc, không sẵn sàng tham gia giải quyết vấn đề; còn nếu tình huống quá dễ thì HS không cần suy nghĩ mà cũng có thể giải quyết được vấn đề thì yêu cầu của giờ học không được thỏa mãn.

Tình huống cần khơi dậy ở HS cảm nghĩ là tuy họ chưa có ngay lời giải nhưng bằng kiến thức sẵn có của chính mình cùng với sự tích cực suy nghĩ thì sẽ có hi vọng giải quyết được vấn đề đó. Với suy nghĩ đó HS sẽ tận lực huy động tri thức và kĩ năng sẵn có liên quan đến vấn đề đó của bản thân để giải quyết vấn đề đặt ra. Qua đó tạo cho HS niềm tin vào khả năng của bản thân, đây chính là yêu cầu quan trọng của tình huống gợi vấn đề.

Ví dụ 5: Để mở rộng quy tắc cộng cho hai tập hợp bất kì ta có thể tạo tình huống có vấn đề như sau: trong lớp 10A4 có 23 HS giỏi Toán, 17 HS giỏi Văn, 6 HS giỏi Toán và Văn. Hỏi lớp 10A4 có bao nhiêu HS?

Đây là một tình huống gợi vấn đề vì:

+ *Thứ nhất,* tồn tại một vấn đề vì HS chưa biết câu trả lời và cũng chưa có thuật giải nào trong tay để tìm ra lời giải cho bài toán trên.

+ *Thứ hai,* nó gợi nhu cầu nhận thức vì họ đã biết quy tắc cộng đối với hai tập hợp có phần giao bằng rỗng, nay muốn biết thêm về quy tắc cộng dành cho hai tập hợp bất kì.

+ *Thứ ba,* HS đã giải quyết thành công quy tắc cộng dành cho hai tập hợp có phần giao bằng rỗng. Nay chuyển sang quy tắc cộng dành cho hai tập hợp bất kì lúc đầu HS sẽ thấy có đôi chút khó khăn hơn so với quy tắc cộng dành cho hai tập hợp có phần giao bằng rỗng nhưng với hi vọng có thể suy nghĩ huy động, vận dụng những kiến thức đã học để giải quyết bài toán.

1.2.2.3. Đặc điểm của phương pháp dạy học PH & GQVĐ

Trong phương pháp dạy học PH & GQVĐ người thầy không đọc bài giảng cho HS viết, giải thích hoặc nỗ lực chuyển tải kiến thức đến cho HS mà là người tạo ra tình huống gợi vấn đề cho HS, thiết lập các tình huống và cấu trúc cần thiết cho HS, điều khiển HS phát hiện ra vấn đề dựa trên hoạt động tự giác, tích cực, chủ động sáng tạo của chính bản thân người học. Người thầy là người xác nhận kiến thức, thể chế hóa kiến thức cho HS. Thông qua đó HS tiếp nhận được tri thức mới, rèn luyện kĩ năng và đạt được những mục tiêu học tập khác. Phương pháp dạy học này mang tính chất khác hẳn về nguyên tắc so với phương pháp dạy học giải thích – minh họa.

Dạy học PH & GQVĐ có ba đặc điểm sau đây:

- HS được đặt vào tình huống có vấn đề do thầy giáo tạo ra chứ không phải là tiếp thu kiến thức một cách thụ động do người khác áp đặt lên mình.

- HS hoạt động tích cực, tự giác, sáng tạo, chủ động, tận lực huy động tất cả các kiến thức mà mình biết để hi vọng giải quyết được vấn đề đặt ra chứ không phải là tiếp thu kiến thức một cách thụ động theo thói quen "thầy giảng, trò ghi", "thầy đọc, trò chép". Thông qua những hoạt động và những yêu cầu của người GV, HS tham gia xây dựng bài toán, giải quyết bài toán đó. HS là chủ thể sáng tạo ra hoạt động.

- Mục tiêu dạy học không phải là chỉ làm cho HS nắm được tri thức mới tìm được trong quá trình tham gia vào giải quyết vấn đề mà còn giúp cho HS nắm được phương pháp đi tới tri thức đó và biết cách vận dụng phương pháp đó vào các quá trình như vậy. Biết khai thác từ một bài toán đã biết để giải quyết bài toán mới, biết vận dụng quy trình cho những bài toán cùng dạng.

Như vậy: *Bản chất của dạy học PH & GQVĐ* là quá trình nhận thức độc đáo của HS trong đó dưới sự chỉ đạo, hướng dẫn của GV, HS nắm được tri thức và cách thức hoạt động trí tuệ mới thông qua quá trình tự lực giải quyết các tình huống có vấn đề.

1.2.3. Những hình thức và cấp độ dạy học PH & GQVĐ

Dựa theo mức độ độc lập của HS trong quá trình PH & GQVĐ người ta phân chia dạy học PH & GQVĐ thành bốn hình thức như sau:

- *Thứ nhất:* GV nêu vấn đề và trình bày cách giải quyết còn HS thì chú ý vào làm mẫu của GV. Đây là mức độ mà tính độc lập HS thấp hơn hết so với các mức độ bên dưới. Hình thức này được sử dụng nhiều hơn ở các lớp thuộc cấp THPT và đại học.
- *Thứ hai:* GV nêu vấn đề và dẫn dắt HS giải quyết vấn đề. HS giải quyết vấn đề dựa vào sự hướng dẫn, gợi ý của GV. Với hình thức thoạt đầu này ta thấy phương pháp dạy học PH & GQVĐ gần giống như dạy học theo phương pháp vấn đáp. Tuy nhiên hai cách dạy này không thể đồng nhất với nhau. Điều quan trọng của phương pháp dạy học PH & GQVĐ là đưa ra được tình huống gợi vấn đề - đây chính là điểm khác biệt của phương pháp này so với phương pháp dạy học vấn đáp.
- *Thứ ba:* GV cung cấp thông tin để tạo ra tình huống còn HS phát hiện ra vấn đề và tự lực huy động kiến thức, đề xuất các giải pháp giải quyết vấn đề.
- *Thứ tư:* HS tự phát hiện vấn đề từ một tình huống thực và độc lập lựa chọn các giải pháp, đề xuất các giả thuyết và xây dựng kế hoạch, thực hiện kế hoạch giải quyết vấn đề. Đây là hình thức dạy học mà tính độc lập của HS được phát huy cao độ nhất.

1.2.4. Thực hiện dạy học PH & GQVĐ

Qua việc nghiên cứu những đặc điểm của phương pháp dạy học PH & GQVĐ ta thấy hạt nhân của phương pháp dạy học này là việc điều khiển HS tự thực hiện hoặc hòa nhập vào quá trình nghiên cứu vấn đề. Quá trình này được chia làm bốn bước sau:

Bước 1: Phát hiện và thâm nhập vấn đề

- Phát hiện vấn đề từ một tình huống gợi vấn đề thường là do thầy giáo tạo ra.
- Giải thích và chính xác hóa tình huống.
- Phát biểu vấn đề và đặt ra mục tiêu giải quyết vấn đề.

Bước 2: Tìm giải pháp

- Tìm cách giải quyết vấn đề. Việc này thường được thực hiện theo trình tự sau:

+ *Phân tích vấn đề*, tức là làm rõ mối liên hệ giữa cái đã cho và cái cần tìm.

+ *Đề xuất và thực hiện hướng giải quyết vấn đề*, thường sử dụng các cách: quy lạ về quen, khái quát hóa, đặc biệt hóa, tương tự hóa, suy xuôi, suy ngược tiến, suy ngược lùi,... Việc thực hiện hướng giải quyết vấn đề có thể được thực hiện nhiều lần đến khi tìm được hướng đi hợp lí.

+ Hình thành được một giải pháp.

+ Kiểm tra tính đúng đắn của giải pháp.

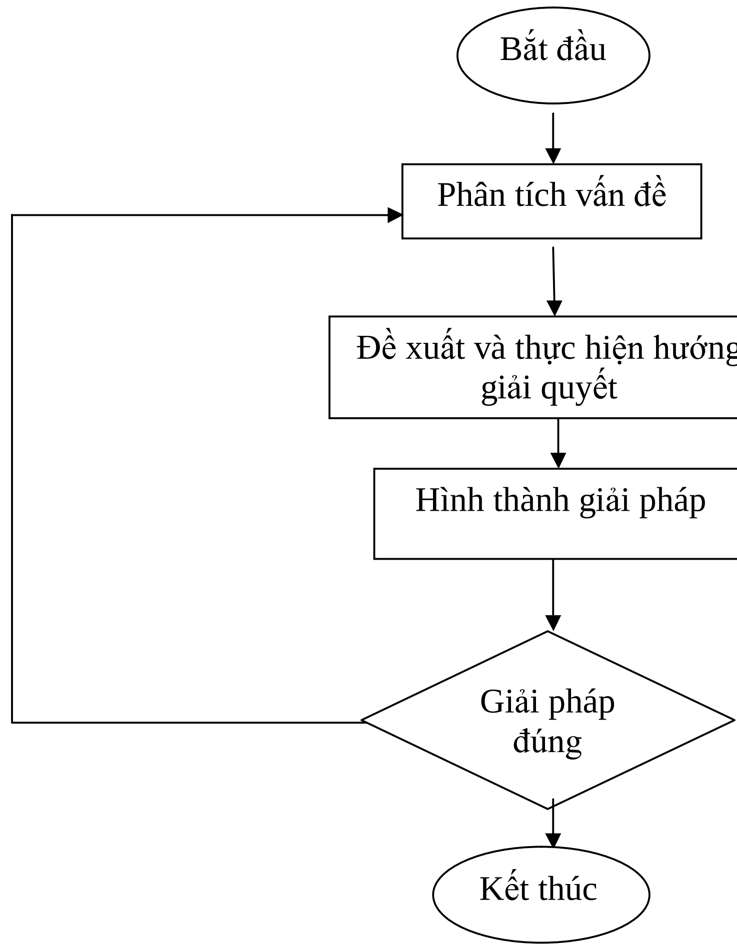
- Có thể tìm thêm nhiều giải pháp khác để so sánh xem giải pháp nào là hợp lí nhất.

Bước 3: Trình bày giải pháp

Bước 4: Nghiên cứu sâu giải pháp

- Tìm hiểu những khả năng ứng dụng kết quả.
- Đề xuất vấn đề mới có liên quan.

Các bước trên có thể biểu diễn thành sơ đồ sau:



Ví dụ 6: Để mở rộng quy tắc cộng cho hai tập hợp bất kì GV có thể tạo ra tình huống có vấn đề như sau:

1. Cho tập hợp A = {0; 1; 2; 3; 4; 5}, B = {6; 7; 8; 9}. Tính số phần tử của tập A và tập B.

2. Trong lớp 11A1 có 18 HS giỏi Toán, 16 HS giỏi Văn, 5 HS giỏi Toán và Văn. Hỏi lớp 11A1 có bao nhiêu HS?

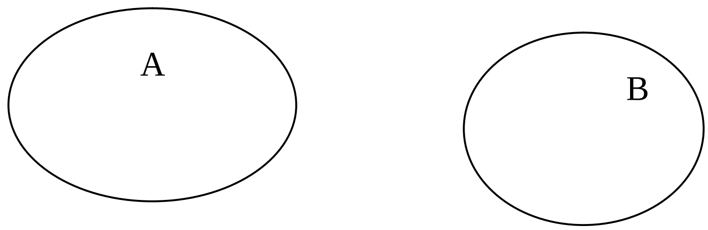
Bước 1: Phát hiện hoặc thâm nhập vấn đề.

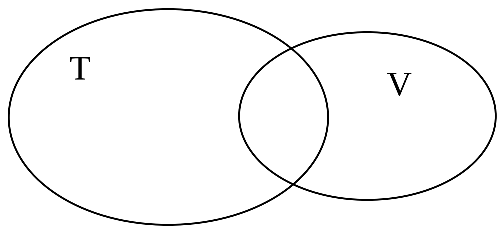
Khi làm xong câu 1 HS làm đến câu 2 họ sẽ phát hiện ra rằng hai tập hợp này giao nhau không phải bằng rỗng như câu 1 mà HS đã làm. Nghĩa là HS đã phát hiện ra được vấn đề. Từ đây HS sẽ nảy sinh tư tưởng làm thế nào để giải quyết vấn đề này.

Bước 2: Tìm giải pháp

GV yêu cầu HS hãy biểu diễn tập hợp trên theo sơ đồ Ven.

HS: Gọi T là số HS giỏi Toán, V là số HS giỏi Văn.





GV yêu cầu HS nhắc lại điều kiện để đẳng thức sau xảy ra:

$$|A + B| = |A| + |B|.$$

HS: Đẳng thức trên xảy ra khi $A \cap B = \phi$.

GV: Hãy tính số phần tử của tập $A \cup B$?

HS: $|A \cup B| = |A| + |B| = 6 + 4 = 10$.

GV: Ta có thể áp dụng quy tắc cộng để tính số HS của lớp 11A1 không?

HS: Không, vì nó vi phạm điều kiện của quy tắc cộng.

GV: Yêu cầu HS nhìn vào biểu đồ Ven biểu diễn số HS của lớp 11A1 và hỏi HS nếu cộng số phần tử của tập T + V thì số phần tử của tập $T \cap V$ lặp lại bao nhiêu lần?

HS: Lặp lại 1 lần.

GV: Từ đó, có thể tổng quát số phần tử của tập hợp $T \cup V$ được tính như thế nào?

HS: $|T \cup V| = |T| + |V| - |T \cap V|$.

Bước 3: Trình bày giải pháp

Tổng số HS của lớp 11A1 là: $|T \cup V| = |T| + |V| - |T \cap V|$

= 18+ 16 – 5 = 29 (HS).

Bước 4: Nghiên cứu sâu giải pháp

Nghiên cứu xem quy tắc cộng mở rộng này có thể áp dụng cho nhiều tập hợp trong cùng một bài toán hay không.

1.3. Vai trò, vị trí, nội dung của chủ đề TH – XS trong chương trình toán lớp 11

1.3.1. Vai trò, vị trí

Chủ đề TH – XS ở chương trình toán phổ thông được giới thiệu thành một chương trong sách Đại số và giải tích lớp 11 nâng cao. Nội dung của nó gồm có 6 bài. Bên cạnh đó SGK cũng giới thiệu cho HS các bài đọc thêm như qui tắc cộng mở rộng, cuốn sách Tiếng Việt về Xác suất – thống kê xuất bản lần đầu tiên ở nước ta của tác giả Tạ Quang Bửu, cách sử dụng máy tính bỏ túi trong tính toán TH – XS và một phần tiểu sử của nhà toán học Pascal.

Chủ đề TH – XS ở chương trình toán 11 chiếm một vị trí khá quan trọng vì:

- Trong khoa học cũng như trong cuộc sống, chúng ta thường phải xác định số phần tử của một tập hợp hoặc phải tính toán xem khả năng xảy ra của một biến cố ngẫu nhiên là bao nhiêu. Các kiến thức về TH – XS trong chương này sẽ bước đầu giúp chúng ta giải được một số bài toán đơn giản thuộc loại đó.
- TH – XS có nhiều ứng dụng trong thực tiễn. TH – XS được đưa vào chương trình toán học phổ thông từ khi cải cách giáo dục. Dựa vào công thức về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp nhị thức New – tơn người ta trình bày tri thức về xác suất theo quan điểm thống kê. Việc học toán xác suất liên hệ chặt chẽ với các kiến thức ở phần tổ hợp đã học trước đó. Học yếu tổ hợp thì cũng dẫn đến học yếu xác suất.
- Ngoài ra nó cũng thường có mặt trong các đề thi Cao đẳng, Đại học.

1.3.2. Nội dung

Chương TH – XS ở sách Đại số và giải tích lớp 11 nâng cao có 6 bài, được chia thành hai phần: phần tổ hợp và phần xác suất.

- Phần Tổ hợp:

+ Bài 1: Hai quy tắc đếm cơ bản.

+ Bài 2: Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.

+ Bài 3: Nhị thức Niu – tơn.

- Phần xác suất:

+ Bài 4: Biến cố và xác suất của biến cố.

+ Bài 5: Các quy tắc tính xác suất.

+ Bài 6: Biến ngẫu nhiên rời rạc.

1.3.2.1. Hai quy tắc đếm cơ bản

Quy tắc cộng: Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo phương án A hoặc phương án B. Có n cách thực hiện phương án A và m cách thực hiện phương án B. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi n + m cách.

Tổng quát: Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, ..., A_k$. Có n_1 các thực hiện phương án A_1, n_2 cách thực hiện phương án A_2,…và có n_k cách thực hiện phương án A_k. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi $n_1 + n_2 + ... + n_k$ cách.

Quy tắc nhân: Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai cộng đoạn A và B. Công đoạn A có thể làm theo n cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách. Khi đó, công việc có thể thực hiện theo nm cách.

Tổng quát: Giả sử một công việc nào đó bao gồm k công đoạn $A_1, A_2, ..., A_k$. Có n_1 cách thực hiện phương án A_1, có n_2 cách thực hiện phương án A_2,…và n_k cách thực hiện phương án A_k. Khi đó, công việc có thể được thực hiện $n_1 n_2 ... n_k$ cách.

1.3.2.2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp

Hoán vị:

Định nghĩa: Cho tập A có n ($n \geq 1$) phần tử. Khi sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự, ta được một *hoán vị* các phần tử của tập hợp A (gọi tắc là hoán vị của tập A).

Định lý: Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là: $P_n = n! = n(n-1)(n-2)...1$

Chỉnh hợp:

Định nghĩa*:* Cho tập A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Khi lấy ra k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử của tập A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).

Định lý: Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($1 \leq k \leq n$) là: $A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$.

Chú ý:

- Hoán vị của tập n phần tử là một chỉnh hợp chập n của tập đó nên $A_n^k = P_n = n!$.

Với $0 < k < n$ thì ta có thể viết công thức của chỉnh hợp dưới dạng $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

- Ta quy ước 0! = 1 và $A_n^0 = 1$.

Tổ hợp:

Định nghĩa: Cho tập A có n phần tử và số nguyên k với $1 \le k \le n$. Mỗi tập con của A có k phần tử được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắc là một tổ hợp chập k của A), ký hiệu C_n^k

Định lý: Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($1 \le k \le n$) là $C_n^k = \dfrac{A_n^k}{k!} = \dfrac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}$.

Chú ý:

- Với $1 \le k \le n$, ta có thể viết công thức tính tổ hợp dưới dạng $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

- Ta quy ước $C_n^0 = 1$, ta coi ϕ là một tổ hợp chập 0 của một tập hợp có n phần tử.

Hai tính chất cơ bản của số C_n^k:

Cho các số nguyên dương n và số nguyên k với $1 \le k \le n$. Khi đó :

$$C_n^k = C_n^{n-k} \text{ và } C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}.$$

1.3.2.3. Nhị thức Newton

Công thức thức nhị thức Newton

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + ... + C_n^k a^{n-k} b^k + ... + C_n^n b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$$

(quy ước $a^0 = b^0 = 1$).

Tam giác Pascal

Ta có thể sắp xếp các hệ số của khai triển trên thành dạng tam giác, gọi là tam giác Pascal tương ứng với số mũ n của $(a+b)^n$.

n = 0 1

n = 1 1 1

n = 2	1	2	1			
n = 3	1	3	3	1		
n = 4	1	4	6	4	1	
n = 5	1	5	10	10	5	1
....	...	...	...	...	...	...

Tam giác giác Pascal được lập theo quy luật sau:

- Đỉnh được ghi số 1.

- Nếu biết hàng thứ n ($n \geq 1$) thì hàng thứ n+1 tiếp theo được thiết lập bằng cách cộng hai số liên tiếp của hàng thứ n rồi viết kết quả xuống hàng dưới ở giữa hai số này. Sau đó viết số 1 ở đầu và cuối mỗi hàng.

Nhận xét: Các số hạng thứ n trong tam giác Pascal là dãy gồm n+1 số

$C_n^0, C_n^1, C_n^2, ..., C_n^{n-1}, C_n^n$.

1.3.2.4. Biến cố và xác suất của biến cố

Biến cố

Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu: (gọi tắt phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà:

- Kết quả của nó không đoán trước được.
- Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của các phép thử.

Phép thử thường được ký hiệu chữ T.

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử và được ký hiệu bởi chữ Ω (đọc là ô – mê – ga).

Biến cố

- Biến cố A liên quan đến phép thử T là biến cố mà xảy ra hay không xảy ra của A tùy thuộc vào kết quả của T.

- Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.

- Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A ký hiệu là Ω_A. Khi đó, người ta nói biến cố A được mô tả bởi tập Ω_A.

Xác suất của biến cố

Định nghĩa cổ điển của xác suất: Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan đến phép thử T và Ω_A là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất của A là một số, ký hiệu là P(A), được xác định bởi công thức: $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$.

Chú ý: Từ định nghĩa trên ta suy ra:

$0 \le P(A) \le 1$.

$P(\Omega)=1, P(\phi)=0$.

Định nghĩa thống kê của xác suất:

- Số lần xuất hiện biến cố A được gọi là tần số của A trong N lần thực hiện phép thử T.
- Tỉ số giữa tần số của A với số N được gọi là tần suất của A trong N lần thực hiện phép thử T.

1.3.2.5. Các quy tắc tính xác suất

Quy tắc cộng xác suất

Biến cố hợp: Cho hai biến cố A và B. Biến cố "A hoặc B xảy ra", ký hiệu là $A \cup B$. được gọi là hợp của hai biến cố A và B.

Tổng quát: Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$. Biến cố "Có ít nhất một trong các biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ xảy ra", ký hiệu là $A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k$ được gọi hợp của k biến cố đó.

Biến cố xung khắc: Cho hai biến cố A và B. Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra. Hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc nếu và chỉ nếu $\Omega_A \cap \Omega_B = \phi$.

Quy tắc cộng xác suất: Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$.

Tổng quát: Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ đôi một xung khắc. Khi đó,

$$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k)=P(A_1)+P(A_2)+...+P(A_k)$$

Biến cố đối: Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố "Không xảy ra A", ký hiệu là $\overline{A}$ được gọi là biến cố đối của A.

Định lí: Cho biến cố A. Xác suất của biến cố đối $\overline{A}$ là P($\overline{A}$) = 1 - P(A).

Quy tắc nhân xác suất

Biến cố giao: Cho hai biến cố A và B. Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", ký hiệu AB, được gọi là giao của hai biến cố A và B.

Tổng quát: Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$. Biến cố "Tất cả biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ đều xảy ra" được gọi là giao của k biến cố đó, ký hiệu $A_1 A_2 ... A_k$, được gọi là giao của k biến cố đó.

Biến cố độc lập: Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra biến cố kia.

Nhận xét: Nếu hai biến cố A, B độc lập với nhau thì A và $\overline{B}$; $\overline{A}$ và B; $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập với nhau.

Tổng quát: Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$; k biến cố này được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của mỗi nhóm biến cố tùy ý trong các biến cố đã cho không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại.

Quy tắc nhân xác suất: Hai biến cố A và B độc lập với nhau thì P(AB) = P(A)P(B).

Tổng quát: Nếu có k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ độc lập với nhau thì

$$\mathrm{P}(A_1 A_2 ... A_k) = P(A_1)P(A_2)...P(A_k)$$

1.3.2.6. Biến ngẫu nhiên rời rạc

Khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc

Đại lượng X được gọi là một biến ngẫu nhiên rời rạc nếu nó nhận giá trị bằng số thuộc một tập hữu hạn nào đó và giá trị ấy là ngẫu nhiên, không dự đoán trước được.

Phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc

Giả sử X là một biến ngẫu nhiên rời rạc nhận các giá trị $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$.

X	x_1	x_2	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_n

Kì vọng: Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Kì vọng của X ký hiệu là E(X), là một số được tính theo công thức

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \text{ , ở đó, } p_i = P(X = x_i), (i = 1, 2, ..., n) .$$

Ý nghĩa: E(X) là một số cho ta biết khái niệm về độ lớn trung bình của X. Vì thế kì vọng E(X) còn được gọi là giá trị trung bình của X.

Phương sai và độ lệch chuẩn

Phương sai: Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Phương sai của X, ký hiệu V(X), là một số tính theo công thức:

$$V(X) = (x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + ... + (x_n - \mu)^2 p_n = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 p_i$$

ở đó, $p_i = P(X = x_i), (i = 1, 2, ..., n)$ và $\mu = E(X)$.

Ý nghĩa: Phương sai là một số không âm. Cho ta một ý niệm về mức độ phân tán các giá trị của X xung quanh giá trị trung bình. Phương sai càng lớn thì độ phân tán ngày càng lớn.

Độ lệch chuẩn: Căn bậc hai của phương sai, ký hiệu là $\sigma(X)$, được gọi là độ lệch chuẩn của X, nghĩa là $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.

1.4. Thực trạng dạy học TH – XS ở trường THPT

1.4.1. Đối tượng khảo sát

Để tìm hiểu thực trạng dạy học TH – XS cũng như việc tổ chức dạy học theo phương pháp nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS ở trường THPT hiện nay tôi đã tiến hành khảo sát các GV và HS các lớp 11CB1, 11A2, 11A5 của trường THPT Lấp Vò 2. Hình thức khảo sát chủ yếu là lập phiếu khảo sát dành cho GV và HS, ngoài ra tôi cũng có trực tiếp trao đổi, phỏng vấn với GV.

1.4.2. Mục đích khảo sát

Tìm hiểu về phương pháp và cách thức tổ chức hoạt động nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ trong dạy học chủ đề TH – XS cho HS thuộc ban Khoa học tự nhiên.

1.4.3. Kết quả khảo sát

1.4.3.1. Kết quả khảo sát dành cho GV

Câu 1: Khi dạy học chủ đề TH - XS Thầy (Cô) có quan tâm đến việc tổ chức các hoạt động nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS không?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Thường xuyên quan tâm	8	100
	b. Ít quan tâm	0	0
	c. Chưa quan tâm	0	0
	d. Không quan tâm	0	0

Câu 2: Thầy (Cô) nhận thấy tầm quan trọng của việc tổ chức dạy học nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS là như thế nào ?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Rất quan trọng	2	25
	b. Quan trọng	6	75
	c. Không quan trọng	0	0

Câu 3: Cách thức mà Thầy (Cô) tổ chức hoạt động nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS là gì?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Tổ chức theo nhóm	2	25
	b. Tổ chức theo cá nhân	1	12.5
	c. Cả hai cách thức trên	5	62.5

Câu 4: Thầy (Cô) đánh giá như thế nào về mức độ tham gia vào việc học tập theo phương pháp dạy học nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ mà Thầy (Cô) đã sử dụng trong khi dạy học ?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
	a. Tất cả HS đều tham gia	0	0
	b. Đa số HS tham gia	6	75

8	c. Rất ít HS tham gia	1	12.5
	d. HS không tham gia	1	12.5

Câu 5: Thầy (Cô) thường tổ chức cho HS phát hiện vấn đề dưới hình thức nào?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Học lí thuyết	0	0
	b. Làm bài tập	0	0
	c. Cả hai hình thức trên	8	100

Câu 6: Thầy (Cô) đánh giá như thế nào về hiệu quả khi tổ chức các hoạt động nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Rất hiệu quả	1	12.5
	b. Hiệu quả	3	37.5
	c. Tương đối hiệu quả	4	50
	d. Không hiệu quả	0	0

Câu 7: TH - XS là nội dung mới ít xuất hiện trong các kì thi quan trọng nên GV thường dạy lướt qua, ít đầu tư nội dung này.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Rất đồng ý	0	0
	b. Đồng ý	0	0
	d. Không đồng ý	8	100

Câu 8: Dạy học theo phương pháp nhằm giúp HS phát triển năng lực PH & GQVĐ đối với nội dung TH – XS sẽ mất nhiều thời gian.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Rất đồng ý	3	37.5
	b. Đồng ý	5	62.5
	d. Không đồng ý	0	0

Câu 9: Có ý kiến cho rằng khi day học chủ đề TH – XS GV nên dạy giáp án điện tử, sử dụng hình ảnh trực quan thì sẽ giúp HS dễ hiểu và hứng thú trong học tập.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Rất đồng ý	1	12.5
	b. Đồng ý	2	25
	d. Không đồng ý	5	62.5

Câu 10: Để giúp HS phân biệt quy tắc cộng và quy tắc nhân Thầy (Cô) nên tổ chức cho HS học tập theo cách thức dạy học nào là tối ưu nhất?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Dạy học PH & GQVĐ	8	100
	b. Dạy học theo kiểu hợp tác	0	0
	c. Dạy học theo chương trình hóa	0	0
	d. Chưa có phương pháp dạy học	0	0

Câu 11: Giúp HS phát hiện ra công thức của Nhị thức Newton Thầy (Cô) thường tổ chức cho HS hoạt động phát hiện vấn đề.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Rất đồng ý	7	87.5
	b. Đồng ý	1	12.5
	d. Không đồng ý	0	0

Câu 12: Khi dạy bài "*Hoán vị-Tổ hợp-Chỉnh hợp*" để giúp HS phân biệt và hiểu rõ chúng thì Thầy (Cô) chọn phương pháp dạy học nào là tốt nhất?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số GV chọn	Tỉ lệ (%)
8	a. Phương pháp gợi mở vấn đáp	3	37.5
	b. Phương pháp học tập theo nhóm	5	62.5
	c. Phương pháp tự học	0	0

1.4.3.2. Kết quả khảo sát dành cho HS

Câu 1: Em có thích học toán TH – XS không?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
109	a. Thích	31	28.44
	b. Không thích	42	38.53
	c. Chưa thích	36	33.03

Câu 2: Các công thức tổ hợp rất khó học và khó nhớ.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
109	a. Rất đồng ý	22	20.18
	b. Đồng ý	48	44.04
	c. Chưa đồng ý	29	26.61
	d. Không đồng ý	10	9.17

Câu 3: Trong quá trình dạy học nội dung TH – XS sự tiếp xúc giữa GV và HS là rất thường xuyên.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
109	a. Rất đồng ý	15	13.76
	b. Đồng ý	67	61.47
	c. Chưa đồng ý	25	22.94
	d. Không đồng ý	2	1.83

Câu 4: Đối với nội dung TH – XS em thích học theo cách thức nào?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
109	a. Học theo nhóm	44	40.37
	b. Cá nhân	15	13.76
	c. Tùy từng nội dung	50	45.87

Câu 5: Em thích thú với phương pháp học tập theo phương pháp dạy học nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ mà GV đưa ra không?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
109	a. Thích	67	61.47
	b. Không thích	15	13.76

	c. Chưa thích	27	24.77

Câu 6: Em thấy việc học toán TH – XS có quan trọng không?

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
109	a. Rất quan trọng	19	17.43
	b. Quan trọng	84	77.06
	c. Không quan trọng	6	5.5

Câu 7: Có ý kiến cho rằng để học tốt toán xác suất cần học tốt toán tổ hợp.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
109	a. Rất đồng ý	15	13.76
	b. Đồng ý	73	66.97
	c. Chưa đồng ý	17	15.6
	d. Không đồng ý	4	3.67

Câu 8: Để giúp các em phát hiện ra quy tắc cộng GV thường áp dụng phương pháp dạy học PH & GQVĐ.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
109	a. Rất đồng ý	11	10.09
	b. Đồng ý	78	71.56
	c. Chưa đồng ý	9	8.26
	d. Không đồng ý	11	10.09

Câu 9: Toán TH – XS có nhiều ứng dụng trong thực tiễn.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
109	a. Rất đồng ý	15	13.76
	b. Đồng ý	77	70.64
	c. Chưa đồng ý	11	10.9
	d. Không đồng ý	6	5.5

Câu 10: Sử dụng máy tính bỏ túi để tính toán TH – XS sẽ nhanh hơn.

Tổng số phiếu	Nội dung	Số HS chọn	Tỉ lệ (%)
	a. Rất đồng ý	38	34.86

109	b. Đồng ý	51	46.79
	c. Chưa đồng ý	14	12.84
	d. Không đồng ý	6	5.5

1.4.4. Kết luận

- *Về phía GV:* GV đánh giá cao tầm quan trọng của việc tổ chức dạy học chủ đề TH – XS theo định hướng nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS. GV xem HS là trung tâm của quá trình dạy học. Các hình thức mà GV thường tổ chức cho HS phát hiện vấn đề đó là học lí thuyết và làm bài tập. GV luôn thay đổi phương pháp dạy học theo hướng tích cực để phù hợp với hoạt động học tập của HS giúp HS tiếp thu kiến thức một cách dễ dàng và triệt để. Tuy nhiên hiệu quả của việc dạy học theo định hướng này là chưa cao do một số nguyên nhân như: tỉ lệ HS tham gia còn chưa cao, việc tổ chức học tập theo phương pháp này mất nhiều thời gian hơn do đó mà một số GV cũng còn ngần ngại khi tổ chức dạy học theo phương pháp này.

- *Về phía HS:* tuy là GV có lưu tâm đến việc tổ chức dạy học theo phương pháp nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS việc tổ chức này còn diễn ra chưa nhiều. Đối với những HS thuộc diện khá giỏi thì các em có hứng thú khi học tập theo phương pháp này tuy nhiên vẫn còn một phần HS còn có thái độ học tập không đúng đắn, các em không chịu suy nghĩ thì lại không thích học theo phương pháp này. Do đó mà sự tham gia của HS cũng chưa đạt đến mức độ tuyệt đối. HS còn gặp một số khó khăn khi học chương TH – XS do kiến thức của nó khá trừu tượng và khó hiểu. HS còn gặp khó khăn trong việc tìm ra lời giải cho bài toán vì các bài tập ở nội dung này thường không có thuật giải chung.

Qua kết quả khảo sát, trao đổi cùng với GV và HS ở trường THPT Lấp Vò 2 tôi rút ra được nhận xét rằng GV nhận thấy tầm quan trọng của việc tổ chức các hoạt động nhằm giúp HS phát triển năng lực PH & GQVĐ, việc tổ chức các hoạt động này cũng mang lại những hiệu quả đáng kể. Một bộ phận HS cũng yêu thích phương pháp học tập này. Dạy và học theo phương pháp này giúp HS phát triển được tư duy. GV luôn tạo điều kiện để HS học tập tốt. Tuy nhiên hình thức tổ chức hoạt động giúp HS PH & GQVĐ còn chưa phù hợp, sự tham gia của các em chưa nhiều, một số cách tổ chức còn mang tính hình thức. Việc khảo sát chính là cơ sở để tôi đề ra một số biện pháp tích cực nhằm khắc phục những hạn chế này!

KẾT LUẬN CHƯƠNG I

- Trong chương này tôi đã nghiên cứu về năng lực nói chung, năng lực toán học nói riêng và năng lực PH & GQVĐ. Đồng thời trong chương I cũng nghiên cứu về cơ sở lí luận của phương pháp dạy học PH & GQVĐ.
- Ngoài ra trong chương I tôi còn hệ thống lại nội dung chương TH – XS ở sách Đại số và giải tích lớp 11 nâng cao và thực trạng dạy học chương này ở trường THPT.
- Qua việc tìm hiểu lí luận và thực tiễn các vấn đề trên sẽ là cơ sở để xây dựng các biện pháp sư phạm ở chương II.

CHƯƠNG II. CÁC BIỆN PHÁP NHẰM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC PH & GQVĐ CHO HS THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ TỔ HỢP – XÁC SUẤT ĐẠI SỐ - GIẢI TÍCH 11 NÂNG CAO

2.1. Nguyên tắc xây dựng các biện pháp

2.1.1. Nguyên tắc 1: Đảm bảo tính khoa học, tính tư tưởng và tính thực tiễn

Tính khoa học vừa yêu cầu sự chính xác về mặt Toán học vừa yêu cầu sự chính xác về mặt Triết học.

Đức tính chính xác – một đức tính cần thiết của con người lao động cũng được bồi dưỡng, nâng dần lên nếu thông qua quá trình dạy học chúng ta có trang bị cho HS những tri thức toán học chính xác.

Hình thành ở HS những phương pháp suy nghĩ và làm việc của khoa học Toán học cũng là những phương pháp đúng đắn về mặt Triết học.

Sự chính xác về mặt Triết học cũng đòi hỏi làm rõ mối liên hệ giữa Toán học với thực tiễn, điều này cũng thể hiện sự thống nhất của tính khoa học, tính tư tưởng và tính thực tiễn.

Tuy nhiên sự thống nhất giữa khoa học Toán học và khoa học Triết học là thông qua việc dạy học toán mà hình thành cho HS những quan niệm, những phương thức tư duy và hoạt động đúng đắn phù hợp với phép biện chứng duy vật, chẳng hạn coi thực tiễn là nguồn gốc của nhận thức, là tiêu chuẩn của chân lí, xem xét sự vật trong trạng thái vận động và trong sự tác động qua lại lẫn nhau, thấy rõ mối liên hệ giữa cái riêng và cái chung, giữa cụ thể và trừu tượng,...

2.1.2. Nguyên tắc 2: Đảm bảo sự thống nhất giữa cụ thể và trừu tượng

Bản thân các tri thức khoa học nói chung và tri thức toán học nói riêng là một sự thống nhất giữa cái cụ thể và cái trừu tượng, nghĩa là có con đường đi từ cái cụ thể đến cái trừu tượng và ngược lại.

Việc chiếm lĩnh một nội dung trừu tượng cần kèm theo sự minh họa nó bởi những cái cụ thể.

Mặt khác, khi làm việc với những cái cụ thể cần cần hướng về những cái trừu tượng có như vậy mới gạt bỏ được những dấu hiệu không bản chất để nắm cái bản chất, mới gạt bỏ được những cái cá biệt để nắm được quy luật.

2.1.3. Nguyên tắc 3: Đảm bảo sự thống nhất giữa tính đồng loạt và tính phân hóa

Tính đồng loạt và tính phân hóa trong dạy học cũng là hai mặt tưởng chừng mâu thuẫn nhưng thực ra thống nhất với nhau.

Một mặt, phân hóa tạo điều kiện thuận lợi cho dạy học đồng loạt. Thật vậy, dạy học phân hóa tính tới trình độ phát triển khác nhau, tới đặc điểm tâm lí khác nhau của HS, làm cho mọi HS có thể phát triển phù hợp với khả năng và hoàn cảnh của mình. Điều đó làm cho mọi HS đều đạt được những yêu cầu cơ bản làm tiền đề cho những pha dạy học đồng loạt.

Mặt khác trong dạy học đồng loạt bao giờ cũng có những yếu tố phân hóa nội tại. Trong thực tế không thể có sự dạy học đồng loạt không phân hóa.

Một khía cạnh quan trọng của việc đảm bảo sự thống nhất giữa đồng loạt và phân hóa là đảm bảo chất lượng phổ cập, đồng thời phát hiện và bồi dưỡng năng khiếu về toán cho HS [3; 60].

2.1.4. Nguyên tắc 4: Đảm bảo sự thống nhất giữa tính vừa sức và yêu cầu phát triển trong dạy học

Việc dạy học một mặt yêu cầu đảm bảo vừa sức để HS có thể chiếm lĩnh được tri thức, rèn luyện được kĩ năng, kĩ xảo nhưng mặt khác lại đòi hỏi không ngừng nâng cao yêu cầu để thúc đẩy sự phát triển của HS. "Sức" HS, tức là trình độ, năng lực của họ, không phải là bất biến mà thay đổi trong quá trình học tập, theo chiều hướng tăng lên. Vì vậy, sự vừa sức ở những thời điểm khác nhau có nghĩa là sự không ngừng nâng cao theo yêu cầu. Như thế, không ngừng nâng cao theo yêu cầu chính là đảm bảo sự vừa sức trong điều kiện trình độ, năng lực của HS ngày một nâng cao trong quá trình học tập [3; 61].

2.1.5. Nguyên tắc 5: Đảm bảo sự thống nhất giữa vai trò chủ đạo của thầy và tính tự giác, tích cực, chủ động của trò

Trong dạy học thầy trò đều thực hiện hoạt động và giao lưu, nhưng vai trò không giống nhau. Người học phải tự giác, tích cực và chủ động. Nhưng học tập là quá trình tái chiếm lĩnh một số tri thức trong kho tàng văn hóa của nhân loại. Do đó quá trình dạy học đòi hỏi vai trò chủ đạo của người thầy. Vai trò này không biến trò thành nhân vật thụ động, không hạn chế tính tự giác, tích cực, chủ động của người học. Vai trò chủ đạo của GV thể hiện ở việc thiết kế, ủy thác, điều khiển và thể chế hóa [3; 61].

2.2. Các biện pháp nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho học sinh thông qua dạy học chủ đề TH - XS

Trên cơ sở lý luận và thực tiễn nêu trên tôi xin đưa ra một số biện pháp như sau:

2.2.1. Biện pháp 1: Làm cho HS nắm vững các kiến thức cơ bản về TH - XS

2.2.1.1. Cơ sở xây dựng biện pháp

Muốn giải được các bài tập về TH – XS thì điều quan trọng đầu tiên đối với HS là cần phải nắm được các khái niệm, quy tắc, công thức, định lý. Do đó để góp phần giúp cho HS phát triển năng lực PH & GQVĐ người GV cần giúp cho HS nắm vững các kiến thức cơ bản về TH – XS. Biện pháp này được xây dựng dựa trên cơ sở việc nắm vững các kiến thức về TH – XS là yêu cầu cần phải có để giúp HS giải các bài toán.

2.2.1.2. Nội dung và thực hiện biện pháp

- Trong khi dạy học từng tiết, từng bài GV cần phải có phần củng cố kiến thức trong tiết học, bài học đó để HS nắm chắc được nội dung kiến thức mà họ vừa được học. Đặc biệt GV cần hệ thống lại những kiến thức mà HS cần phải nắm được trong từng chương thông qua tiết ôn tập chương. Việc làm này là hết sức cần thiết đặc biệt là với việc dạy học theo phương pháp PH & GQVĐ. Vì khi nắm được các kiến thức cơ bản thì HS mới có thể phát hiện ra được vấn đề cần giải quyết và giải quyết chúng một cách chính xác và nhanh nhất.

- Chủ yếu ở đây là làm cho HS nắm được một cách vững chắc các định nghĩa, định lý, tính chất, công thức. GV cần làm cho HS không còn lúng túng không biết khi nào dùng tổ hợp, khi nào dùng chỉnh hợp, làm cho HS không còn nhầm lẫn giữa quy tắc cộng và quy tắc nhân, hiểu sai về không gian mẫu... Đặc biệt là phải làm thế nào để khi HS đọc đề bài toán thì có thể nghĩ ra cách giải vì đa số HS khi đọc đề toán về TH – XS thì không nghĩ ra cách giải nhưng khi xem lời giải thì thấy dễ hiểu.

Ví dụ 7: Để giúp HS phân biệt khi nào dùng quy tắc cộng, khi nào dùng quy tắc nhân, GV có thể cho HS làm ví dụ sau:

Trong một lớp học có 21 nam và 23 nữ. Có bao nhiêu cách để GV chủ nhiệm chọn ra:

a) một em giúp cô làm một việc gì đó (ai cũng có thể làm được)

b) một em nam và một em nữ giúp cô làm một việc gì đó

Hướng dẫn HS:

a) GV: Ta thấy trong lớp học này có 21 nam và 23 nữ . Để xác định xem trong ví dụ này ta dùng quy tắc cộng hay quy tắc nhân thì bây giờ dựa vào kiến thức đã học các em hãy cho biết việc chọn ra một em HS giúp cô làm một việc gì đó (ai cũng có thể làm được) là công việc được thực hiện theo các phương án hay theo các công đoạn?

Yêu cầu HS chỉ ra: đây là công việc được thực hiện theo phương án.

GV: Vậy công việc trên được thực hiện theo bao nhiêu phương án?

Yêu cầu HS chỉ ra: đây là công việc được thực hiện theo 2 phương án.

GV: Hãy chỉ ra từng phương án?

Yêu cầu HS chỉ ra:

+ Phương án thứ nhất là chọn ra một HS nam trong số 21 HS nam của lớp.

+ Phương án thứ hai là chọn ra một HS nữ trong số 23 HS nữ của lớp.

GV: Một công việc được thực hiện theo các phương án thì ta dùng quy tắc gì?

Yêu cầu HS chỉ ra: Ta sẽ dùng quy tắc cộng. Theo quy tắc cộng ta có 21 + 23 = 44 cách chọn.

b) GV: Dựa vào kiến thức đã học em hãy cho biết việc chọn ra một em nam và một em nữ giúp cô làm một việc gì đó là công việc được thực hiện theo các phương án hay theo các công đoạn?

Yêu cầu HS chỉ ra: đây là công việc được thực hiện theo công đoạn.

GV: Vậy công việc trên được thực hiện theo bao nhiêu công đoạn?

Yêu cầu HS chỉ ra: đây là công việc được thực hiện theo 2 công đoạn.

GV: Hãy chỉ ra từng công đoạn?

Yêu cầu HS chỉ ra:

+ Công đoạn thứ nhất: chọn một HS nam từ 21 HS nam của lớp.

+ Công đoạn thứ hai: sau khi đã chọn được một HS nam thì tiếp theo ta phải chọn một HS nữ từ 23 HS nữ của lớp.

GV: Một công việc được thực hiện theo các công đoạn thì ta dùng quy tắc gì?

Yêu cầu HS chỉ ra: Một công việc được thực hiện theo các công đoạn thì ta dùng quy tắc nhân. Theo quy tắc nhân ta có 21.23 = 438 cách.

- Bên cạnh các yếu tố khách quan nêu trên thì bản thân HS chính là yếu tố chủ quan giữ vai trò quyết định đến sự thành công trong việc nắm vững kiến thức của mỗi HS. HS phải có tinh thần học tập tích cực, tự giác, tự tìm hiểu kiến thức dưới sự hướng dẫn của GV.

** Các kiến thức cơ bản trong chương mà HS cần nắm:*

Hai quy tắc đếm cơ bản:

Quy tắc cộng: Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo phương án A hoặc phương án B. Có n cách thực hiện phương án A và m cách thực hiện phương án B. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi n + m cách.

Quy tắc nhân: Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai cộng đoạn A và B. Công đoạn A có thể làm theo n cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách. Khi đó, công việc có thể thực hiện theo nm cách.

Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp:

Định lý: Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là: $P_n = n! = n(n-1)(n-2)...1$

Định lý: Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($1 \le k \le n$) là:

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Định lý: Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($1 \le k \le n$) là

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Tính chất: Cho các số nguyên dương n và số nguyên k với $1 \le k \le n$. Khi đó :

$$C_n^k = C_n^{n-k} \text{ và } C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$$

Nhị thức Newton:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + ... + C_n^k a^{n-k} b^k + ... + C_n^n b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$$

Biến cố và xác suất của biến cố:

Định nghĩa cổ điển của xác suất: Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan đến phép thử T và Ω_A là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất của A là một số, ký hiệu là P(A), được xác định bởi công thức: $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$

Chú ý: $0 \le P(A) \le 1$

$P(\Omega)=1, P(\phi)=0$

Các quy tắc tính xác suất:

Quy tắc cộng xác suất: Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$.

Định lí: Cho biến cố A. Xác suất của biến cố đối $\overline{A}$ là P($\overline{A}$) = 1 - P(A).

Quy tắc nhân xác suất: Hai biến cố A và B độc lập với nhau thì P(AB) = P(A)P(B).

Ví dụ 8: Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(x+\dfrac{1}{x})^{11}$?

Giải:

Hạng tử thứ k + 1 trong khai triển trên có dạng $C_{11}^k x^{11-k}(\dfrac{1}{x})^k = C_{11}^k x^{11-2k}$.

Theo đề bài ta có $11-2k=3 \Leftrightarrow k=4$. Vậy hệ số của x^3 trong khai triển trên là $C_{11}^4=330$

☞ Để giải được bài toán trên HS cần phải nắm được :

- Công thức của hạng tử thứ k + 1
- Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn
- Công thức của tổ hợp.

Ví dụ 9: Biết hệ số của x^{n-2} trong khai triển $(x-\dfrac{1}{4})^n$ bằng 31. Tìm n?

Giải:

Hạng tử thứ k + 1 trong khai triển trên có dạng $C_n^k x^{n-k}(\dfrac{1}{4})^k$. Theo đề bài ta có k = 2, suy ra của x^{n-2} trong khai triển $(x-\dfrac{1}{4})^n$ bằng 31 tương đương $\dfrac{1}{16}C_n^2=31$

$$\Leftrightarrow C_n^2=496 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!}=496 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!}=992 \Leftrightarrow n(n-1)=992 \Leftrightarrow n^2-n-992=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 32(n) \\ n = -31(l) \end{array}\right.$$

Vậy n = 32

☞ Để giải được bài toán trên HS cần phải nắm được :

- Công thức của hạng tử thứ k + 1
- Công thức của tổ hợp
- Công thức của hoán vị
- Cách giải phương trình bậc hai một ẩn

Ví dụ 10: Một tổ sinh viên có 20 em, trong đó có 8 em chỉ biết tiếng Anh, 7 em chỉ biết tiếng Hàn và 5 em chỉ biết tiếng Nhật. Cần lập ra một nhóm gồm có 3 em biết tiếng Anh, 4 em biết tiếng Hàn và 2 em biết tiếng Nhật. Hỏi có bao nhiêu cách lập ra một nhóm đi thực tế từ tổ sinh viên trên ?

Giải :

Số cách chọn 3 em biết tiếng Anh là $C_8^3 = 56$ cách

Số cách chọn 4 em biết tiếng Hàn là $C_7^4 = 35$ cách

Số cách chọn 2 em biết tiếng Nhật là $C_5^2 = 10$ cách

Theo quy tắc nhân ta có số cách lập một nhóm đi thực tế là 56.35.10 = 19600 cách.

☞ Để giải được bài toán trên HS cần phải nắm được :

- Công thức của tổ hợp
- Quy tắc nhân

2.2.2. ***Biện pháp 2: Tăng cường huy động các kiến thức khác nhau cho HS để HS biết giải bài tập toán bằng nhiều cách khác nhau***

2.2.2.1. ***Cơ sở xây dựng biện pháp***

Môn Toán được xem là môn học có nhiều cơ hội giúp HS phát triển trí tuệ nhất. Tuy nhiên, việc phát triển trí tuệ nhiều hay ít còn phụ thuộc vào cách giải một bài toán như thế nào. GV cần linh hoạt tổ chức cho HS giải các bài toán theo nhiều cách khác nhau vì mỗi cách giải đều có những ưu điểm và khuyết điểm riêng. Từ đó giúp HS rút ra được những kinh nghiệm để giải một bài toán nhanh hơn và chính xác hơn.

2.2.2.2. Nội dung và thực hiện biện pháp

a) Khái niệm huy động kiến thức: Trong quá trình giải từng bài toán cụ thể tất nhiên là chúng ta không cần phải sử dụng hết tất cả các kiến thức mà chúng ta đã thu thập, tích lũy được từ trước. Cần phải biết xem xét những mối liên hệ giữa các yếu tố để chúng ta chọn lọc một số kiến thức cần thiết phục vụ cho việc giải từng bài toán cụ thể đó. Người giải toán đã tích lũy được những tri thức ấy trong trí nhớ giờ đây rút ra và vận dụng một cách thích hợp để giải bài toán. G. Pôlya gọi việc nhớ lại có chọn lọc các tri thức như vậy là sự huy động.

b) Vai trò của huy động kiến thức: Năng lực huy động kiến thức không phải là bất biến, tùy từng bài toán mà HS phải biết rằng họ cần huy động những kiến thức nào cho phù hợp. Một bài toán khi đặt vào thời điểm này có thể không giải được hoặc giải được nhưng nó rất dài dòng, máy móc nhưng ở thời điểm khác nếu HS biết huy động kiến thức thích hợp thì việc giải bài toán sẽ dễ dàng và ngắn gọn hơn, độc đáo hơn.

Ví dụ 11: Bằng phương pháp huy động kiến thức GV yêu cầu HS giải bài toán sau:

Giải bất phương trình sau với ẩn n thuộc tập số tự nhiên:

$$C_{n+2}^{n-1} + C_{n+2}^{n} > \frac{5}{2} A_n^2$$

Hướng dẫn HS:

Ta thấy rằng bất phương trình trên liên quan đến chỉnh hợp và tổ hợp do đó GV yêu cầu HS nhắc lại những tính chất, công thức về chỉnh hợp và tổ hợp.

Yêu cầu HS chỉ ra:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \qquad (1 \le k \le n) \qquad (1)$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}, \qquad (1 \le k \le n) \qquad (2)$$

$$C_n^k = C_n^{n-k}, \qquad (0 \le k \le n) \qquad (3)$$

$$C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}, \qquad (1 \le k \le n) \qquad (4)$$

$$A_n^k = k!C_n^k, \qquad (1 \le k \le n) \qquad (5)$$

GV: Để giải bất phương trình này ta nên chọn lọc những kiến thức thích hợp và để dễ dàng cho việc giải thì ta nên sử dụng công thức (4) để giải bước đầu, khi đó bất phương trình đã cho tương đương với điều gì?

Yêu cầu HS chỉ ra: $C_{n+3}^{n} > \frac{5}{2}A_n^2$

GV: Tiếp theo chúng ta sẽ sử dụng các công thức nào?

Yêu cầu HS chỉ ra: Chúng ta sử dụng các công thức (1) và (2) ta được:

$$\frac{(n+3)!}{n!3!} > \frac{5}{2}\frac{n!}{(n-2)!}$$

GV: Sau đó dùng các phép biến đổi tương đương để ta giải bất phương trình tìm n.

Yêu cầu HS chỉ ra: Dùng phép biến đổi tương đương ta được:

$$\frac{(n+3)!}{n!3!} > \frac{5}{2}\frac{n!}{(n-2)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}(n+1)(n+2)(n+3) > \frac{5}{2}(n-1)n$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}(n^3+5n^2+6n+n^2+5n+6) > \frac{5}{2}n^2 - \frac{5}{2}n$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}n^3 - \frac{3}{2}n^2 + \frac{13}{3}n + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow n^3 - 9n^2 + 26n + 6 > 0$$

$\Leftrightarrow n(n^2 - 9n + 26) + 6 > 0$ luôn đúng với mọi n ≥ 2

Như vậy nếu chọn lọc công thức phù hợp thì việc giải quyết bài toán khá đơn giản dễ dàng, nhanh chóng. Nếu HS không huy động đúng kiến thức cần thiết thì việc giải bài toán trên là rất khó khăn, thậm chí là không tìm được lời giải.

c) Ý nghĩa của huy động kiến thức: Việc huy động kiến thức có ý nghĩa là nhằm chuẩn bị đa dạng các thông tin, kiến thức đã biết, gần gũi với thông tin, kiến thức mới, tạo điều kiện thuận lợi cho việc chuyển thông tin mới vào vùng trí nhớ và trong vùng trí nhớ sẽ có những kiến thức cần thiết đủ để giải quyết vấn đề mới này nhằm giúp người học thu thập được kiến thức mới sau khi đã giải quyết được vấn đề. Ngoài ra thông qua việc huy động kiến thức HS cũng có cơ hội để rà soát lại vốn kiến thức của mình xem những gì mình đã nắm chắc và những gì mình còn thiếu cần phải tìm hiểu thêm, những kiến thức nào là quan trọng và khó cần được học trên lớp dưới sự hướng dẫn của GV, những kiến thức nào có thể tự học ở nhà thông qua SGK hoặc các tài liệu tham khảo khác.

d) Năng lực huy động kiến thức gồm một số đặc điểm sau:

- Nó là quá trình nhớ lại kiến thức một cách có chọn lọc để thích ứng với vấn đề mới đặt ra. Năng lực huy động kiến thức không phải là bất biến.

- Nó là tổ hợp các năng lực được biểu hiện dưới nhiều dạng khác nhau như: năng lực khái quát hóa, năng lực đặc biệt hóa, năng lực quy lạ về quen, năng lực chuyển đổi ngôn ngữ, năng lực giải bài toán bằng nhiều cách khác nhau,...

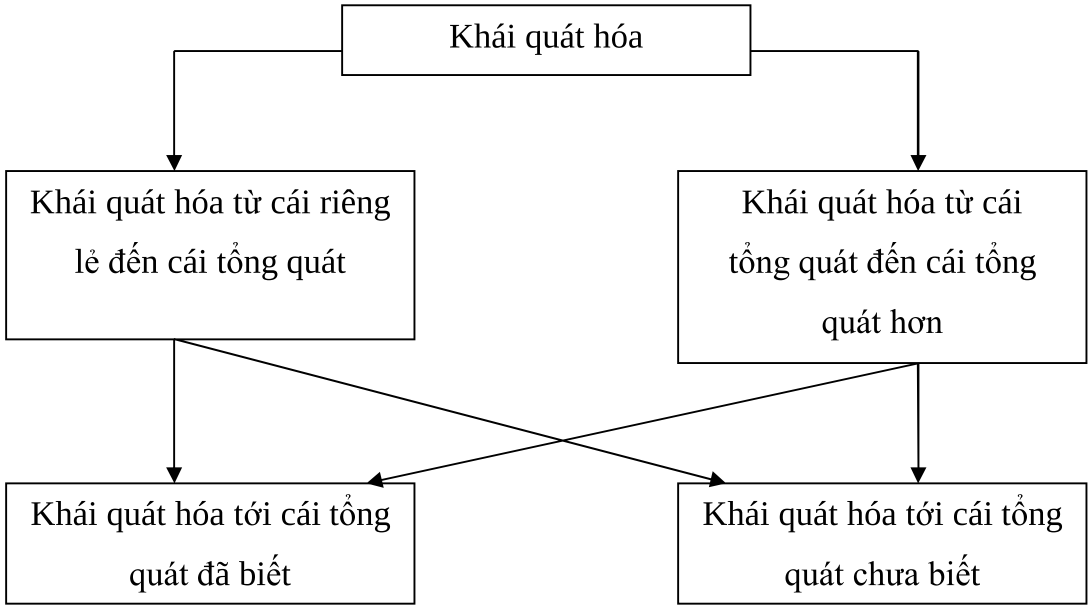
e) Một số phương thức bồi dưỡng năng lực huy động kiến thức cho HS THPT

- Rèn luyện cho HS biến đổi bài toán theo nhiều cách khác nhau để huy động kiến thức thích hợp cho từng cách giải. Khi đứng trước một bài toán HS cần biết xem xét mối liên hệ giữa các đại lượng, phán đoán các khả năng có thể xảy ra và các hướng biến đổi bài toán. Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nhau nhờ vào các phép biến đổi tương đương.

- Rèn luyện cho HS năng lực huy động kiến thức thông qua dạy học chuỗi các bài toán. Mỗi một chuỗi bài toán HS sẽ được lĩnh hội những tri thức khác nhau. Chẳng hạn, chuỗi bài toán với mục đích củng cố khái niệm, định lí sẽ phát triển trí tuệ cơ bản như phân tích, tổng hợp,... Từ đó giúp cho các em có thể liên tưởng sáng tạo ra nhiều bài toán khác nhau từ một bài toán gốc. Một trong những phương pháp xây dựng chuỗi bài toán là dựa vào năng lực huy động kiến thức của HS thông qua các thao tác như khái quát hóa, tương tự hóa, đặc biệt hóa,...

<u> Khái quát hóa:</u>*

Theo G. Pôlya, “Khái quát hóa là chuyển từ việc nghiên cứu một tập hợp đối tượng đã cho đến việc nghiên cứu một tập lớn hơn bao gồm cả tập hợp ban đầu”. Ví dụ chúng ta có thể khái quát hóa khi chuyển từ việc nghiên cứu bất đẳng thức Cauchy cho hai số không âm sang việc nghiên cứu bất đẳng thức Cauchy cho n số không âm. Những dạng khái quát hóa thường gặp trong môn toán có thể biểu diễn theo sơ đồ sau:



Ví dụ 12: Một chiếc máy có 2 động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I hoạt động tốt 0,85 và xác suất để động cơ II hoạt động tốt là 0,7. Tính xác suất để cả hai động cơ đều chạy tốt?

Giải:

Gọi A là biến cố: "Động cơ I chạy tốt"

B là biến cố: "Động cơ II chạy tốt"

C là biến cố: "Cả hai động cơ đều chạy tốt"

Ta thấy A và B là hai biến cố độc lập với nhau và C = AB do đó ta có P(C) = P(AB) = P(A)P(B) = 0,85.0,7 = 0,595

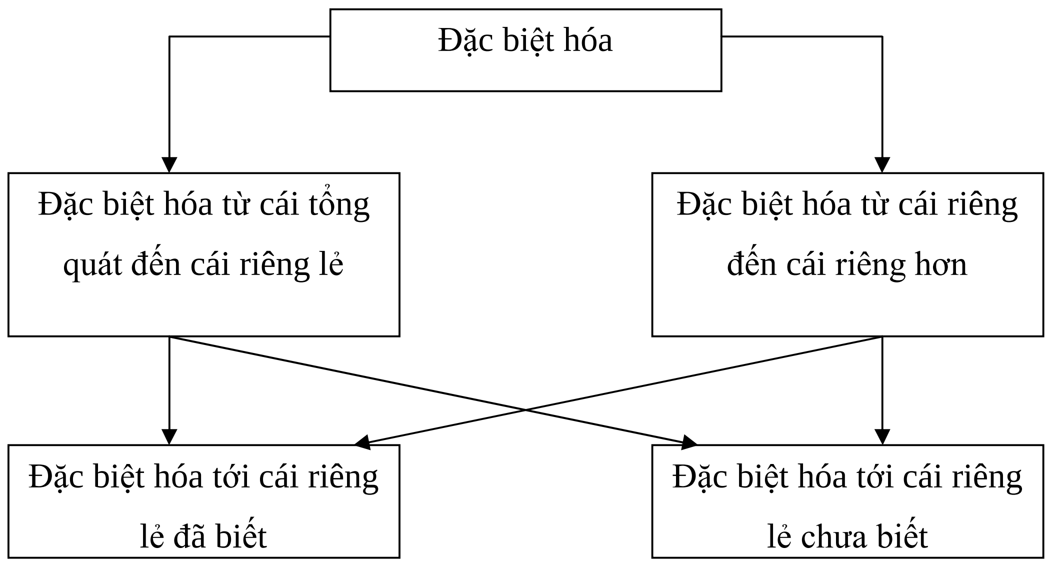
Sau khi yêu HS đã giải xong bài toán trên thì GV có thể yêu cầu HS giải tiếp các bài toán sau:

1. Một chiếc máy có 3 động cơ I, II và III hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I hoạt động tốt 0,85, xác suất để động cơ II hoạt động tốt là 0,7 và xác suất để động cơ III hoạt động tốt là 0,75. Tính xác suất để cả ba động cơ đều chạy tốt?

2. Một chiếc máy có n động cơ hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I hoạt động tốt 0,85, xác suất để động cơ II hoạt động tốt là 0,7, xác suất để động cơ III hoạt động tốt là 0,75 và xác suất để các động cơ còn lại chạy tốt là 0,8. Tính xác suất để tất cả các động cơ đều chạy tốt?

** Đặc biệt hóa:*

Theo G. Pôlya, "Đặc biệt hóa là chuyển từ việc nghiên cứu một tập hợp đối tượng đã cho sang việc nghiên cứu một tập hợp nhỏ hơn chứa tập hợp đã cho". Những dạng đặc biệt hóa trong toán học thường được biểu diễn thành sơ đồ sau:



Trong việc dạy học toán thì công việc chủ yếu mà HS làm đó là việc giải bài tập. Để giải được các bài tập thì trước hết HS cần phải nắm vững các kiến thức lí thuyết. Các kiến thức lí thuyết chính là những vật liệu và công cụ để giải các bài tập. Kiến thức mà các em học được là khá nhiều và nó được lưu giữ trong trí nhớ của các em. Nhưng khi tìm hiểu một vấn đề mới, một kiến thức mới thì ta cần phải biết huy động những kiến thức phù hợp, thuận lợi nhất cho việc tìm ra kiến thức mới đó. Muốn huy động được kiến thức ta phải hồi tưởng lại những kiến thức liên quan hay cách giải những bài tập tương tự.

Đối với người GV ngoài việc truyền thụ cho HS các tri thức, kĩ năng, phương pháp, cần tăng cường bồi dưỡng cho HS năng lực huy động kiến thức giúp HS biết lựa chọn kiến thức để giải quyết vấn đề.

Ví dụ 13: GV có thể cho HS huy động kiến thức để giải bài tập sau:

Chứng minh rằng: $C_6^0 + C_6^1 + ... + C_6^6 = 64$

Trong bài toán này ta thấy nó liên quan đến tổ hợp và khai triển Nhị thức Newton do vậy mà HS cần phải nhận ra và phải có sự liên tưởng đến việc sử dụng công thức khai triển Nhị thức Newton và huy động các kiến thức liên quan đến công thức tổ hợp. Nhưng việc suy nghĩ đến và việc lựa chọn công thức phù hợp là điều mà không phải HS nào cũng thực hiện được. Nếu HS phát hiện và lựa chọn được các công thức phù hợp thì việc giải được bài toán này không còn là vấn đề khó khăn.

Xét khai triển Nhị thức Newton $\forall x, \forall n \in N*$ ta có:

$(x+1)^n = C_6^0 x^6 + C_6^1 x^5 + C_6^2 x^4 + C_6^3 x^3 + C_6^4 x^2 + C_6^5 x + C_6^6$

Cho x = 1 ở cả hai vế trên ta có: $2^6 = 64 = C_6^0 + C_6^1 + ... + C_6^6$

Như vậy ta thấy trong giải toán tổ hợp nếu ta biết huy động đúng kiến thức thì việc giải bài toán sẽ không còn là vấn đề khó khăn nữa. Từ đây ta có thể cho HS giải các bài toán sau:

1. Chứng minh rằng: $1 + 2007C_n^1 + 2007^2 C_n^2 + ... + 2007^{n-1} C_n^{n-1} + 2007^n = 2008^n$, với $n \in N*$

2. Chứng minh rằng: $2^n C_n^0 + 2^{n-1} C_n^1 + 2^{n-2} C_n^2 + 2^{n-3} C_n^3 + 2^{n-4} C_n^4 + ... = 3^n$

3. Chứng minh rằng: $3^{16} C_{16}^0 - 3^{15} C_{16}^1 + 3^{14} C_{16}^2 + ... + C_{16}^{16} = 2^{16}$

Ví dụ 14: Sau khi dạy xong bài "Các quy tắc tính xác suất" GV có thể cho HS làm ví dụ sau: Trong một đơn vị vận tải có 10 xe ô tô. Trong đó có 6 xe tốt. Điều một cách ngẫu nhiên 3 xe đi công tác. Tìm xác suất để trong 3 xe đó có ít nhất một xe tốt.

Đầu tiên thì HS có thể nghĩ ngay đến việc dùng quy tắc cộng xác suất để giải ví dụ này, sau đó nếu chịu khó suy nghĩ thêm, huy động thêm những kiến thức về các công thức tính xác suất thì HS sẽ biết cách dùng thêm định lí về biến cố đối để tìm lời giải khi đó lời giải sẽ ngắn gọn hơn nhiều.

Giải:

Có 10 xe ô tô, lấy ngẫu nhiên 3 xe. Vậy không gian mẫu có: $C_{10}^3 = 120$ phần tử.

Cách 1: Gọi A là biến cố "trong 3 xe có ít nhất 1 xe tốt" là hợp của các biến cố sau:

+ A_1 là biến cố "1 xe tốt, 2 xe xấu". Ta có:

$C_6^1 = 6$ cách chọn 1 xe tốt trong 6 xe tốt.

$C_4^2 = 6$ cách chọn 2 xe tốt trong 4 xe xấu

Suy ra A_1 có 6 x 6 = 36 phần tử $\Rightarrow P(A_1) = \frac{36}{120}$

+ A_2 là biến cố “2 xe tốt, 1 xe xấu” ta có: $P(A_2) = \frac{C_6^2.C_4^1}{120} = \frac{60}{120}$

+ A_3 là biến cố “3 xe tốt” ta có: $P(A_3) = \frac{C_6^3}{120} = \frac{20}{120}$

Do A_1, A_2, A_3 là các biến cố xung khắc nên :

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{36}{120} + \frac{60}{120} + \frac{20}{120} = \frac{29}{30}$$

Cách 2: Gọi B là biến có “Không có xe tốt trong 3 xe”

Ta có $P(B) = \frac{C_4^3}{120} = \frac{1}{30}$

A là biến cố bù của B nên $A = \overline{B}$. Suy ra $P(A) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$

Theo G. Pôlya, muốn huy động kiến thức thì chúng ta phải biết cách:

- Khoanh vùng kiến thức tương ứng với điều mới mẻ hay bài tập đang quan tâm;
- Nhận biết được điều mới mẻ ấy liên quan đến những khái niệm, tính chất hay định lí nào, bài toán ấy thuộc dạng nào hoặc có liên quan đến một bài tập nào đã biết;
- Hồi tưởng lại những khái niệm, tính chất, định lí hay những dạng bài tập tương tự và phương pháp giải chúng.

Sau khi đã hồi tưởng lại những khái niệm, tính chất hay định lí hay những dạng bài tập tương tự và cách giải chúng nhiều khi ta cần:

- Bổ sung thêm một vài yếu tố nào đó để hiểu rõ hơn con đường đi tới điều mới mẻ hoặc hiểu rõ hơn quy trình giải bài toán.

Đối với những vấn đề hoặc những bài toán phức tạp có những chi tiết mà ta có thể nghĩ rằng đó là điểm mấu chốt, ta có thể:

- Cách li tạm thời yếu tố đó để tập trung nghiên cứu nó, rồi sao đó lại:
- Liên kết nó với toàn bộ bài toán [11; 19].

2.2.3. Biện pháp 3: Giúp cho HS thấy được ứng dụng thực tiễn của “TH - XS” từ đó tạo hứng thú cho HS trong quá trình học nội dung này

2.2.3.1. Cơ sở xây dựng biện pháp

Thực tiễn đóng vai trò quyết định của quá trình nhận thức, là tiêu chuẩn chân lí của Toán học cũng như các khoa học khác. Tính thực tiễn của Toán học thể hiện qua ứng dụng của Toán học vào trong thực tiễn đời sống. Thực tiễn còn có vai trò quan trọng trong việc hình thành cho HS khả năng PH & GQVĐ vì nó là môi trường rất thuận lợi cho HS rèn luyện, phát triển kĩ năng, kĩ xảo và nắm vững kiến thức đã học.

2.2.3.2. Nội dung và thực hiện biện pháp

Vận dụng kiến thức Toán học vào thực tiễn thực chất là sử dụng các kiến thức Toán học làm công cụ để giải quyết một tình huống thực tiễn. Những ứng dụng thực tế của toán học thường có cách tiếp cận và giải quyết vấn đề như sau :

- Bước 1 : Toán học hóa tình huống thực tế;
- Bước 2 : Dùng công cụ toán học để giải quyết bài toán trong mô hình toán học;
- Bước 3 : Chuyển kết quả trong mô hình toán học sang lời giải của bài toán thực tế.

Việc vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn nói chung đều thực hiện theo quy trình : Tình huống thực tiễn $\rightarrow$ mô hình hóa toán học $\rightarrow$ sử dụng phương pháp toán học để giải quyết $\rightarrow$ điều chỉnh kết quả cho phù hợp với tình huống ban đầu [12; 114].

Việc làm cho HS thấy được ứng dụng thực tiễn của toán học nói chung và của toán TH – XS nói riêng phải được tiến hành ở tất cả các khâu cơ bản của quá trình dạy học như: đảm bảo trình độ xuất phát; hướng đích và gợi động cơ; làm việc với nội dung mới; củng cố; kiểm tra và đánh giá; hướng dẫn công việc ở nhà. Và việc tổ chức này nên thực hiện dưới nhiều cách thức khác nhau như: thực hiện thông qua dạy học lý thuyết trên lớp, làm bài tập hay các bài thực hành…

Toán TH – XS thuộc mạch toán ứng dụng do đó nó có rất nhiều ứng dụng trong thực tiễn cuộc sống. Các bài toán trong chương này thường gắn liền với thực tiễn và thiết thực. Do đó GV cần khai thác, tìm tòi, đưa ra nhiều ứng dụng thực tiễn để giúp HS thấy được sự gần gũi của Toán học với cuộc sống. Qua đó cũng tạo nên sự hứng thú trong học tập cho HS. Trong quá trình giảng dạy nội dung này GV có thể đưa ra một số ví dụ nhằm giúp HS thấy được ứng dụng thực tiễn của TH – XS như sau :

Ví dụ 15: Một tổ có 12 HS gồm 8 nam và 4 nữ. Chọn một nhóm lao động gồm 6 HS. Tính xác suất để có 4 nam và 2 nữ được chọn.

Hướng dẫn HS :

GV: Để giải bài toán về xác suất ta cần phải biết phép thử trong bài toán là gì. Vậy phép thử trong bài toán này là gì?

Yêu cầu HS chỉ ra: Phép thử T : «Chọn ngẫu nhiên 6 HS từ 12 HS»

GV: Để tính được xác suất chúng ta cần phải biết số phần tử của không gian mẫu và số các kết quả thuận lợi cho biến cố. Em hãy cho biết không gian mẫu ở đây có bao nhiêu phần tử?

Yêu cầu HS chỉ ra: Mỗi phần tử của không gian mẫu là một tổ hợp chập 6 của 12 phần tử nên $n(\Omega) = C_{12}^{6} = 924$

GV: Xét biến cố A: «Có 4 nam và 2 nữ được chọn». Việc chọn được 4 nam và 2 nữ là công việc được theo phương án hay công đoạn?

Yêu cầu HS chỉ ra: Ta phải thực hiện theo công đoạn.

GV: Vậy ta phải thực hiện bao nhiêu công đoạn? Hãy kể ra?

Yêu cầu HS chỉ ra: Ta thực hiện 2 công đoạn liên tiếp:

+ Công đoạn 1: Chọn 4 nam từ 8 nam, có $C_8^4 = 70$ cách chọn

+ Công đoạn 2: Chọn 2 nữ từ 4 nữ, có $C_4^2 = 6$ cách chọn

GV: Một công việc được thực hiện theo các công đoạn thì ta dùng quy tắc gì?

Yêu cầu HS chỉ ra: Ta sẽ dùng quy tắc nhân. Vậy ta có 70.6 = 420 cách chọn ra 4 nam và 2 nữ. Do đó $n(\Omega_A) = 420$

GV: Áp dụng công thức tính xác suất thì ta có xác suất của A là: P(A) = $\frac{420}{924} = \frac{5}{11}$

Qua ví dụ này HS sẽ thấy được nếu như không có sự ứng dụng của toán TH – XS thì việc giải được bài toán này là không đơn giản. Nhờ có các công thức của TH – XS đã giúp chúng ta tìm ra lời giải cho bài toán dễ dàng và nhanh chóng hơn. Đây chính là ứng dụng của TH – XS vào trong thực tiễn cuộc sống!

Ví dụ 16: Có thể lập được bao nhiêu số máy điện thoại mà mỗi số :

a) Có 6 chữ số bất kì

b) Có 6 chữ số khác nhau đôi một.

Giải:

a) Gọi $\overline{abcdef}$ là số máy điện thoại cần lập. Ta có :

+ 10 cách chọn a.

+ 10 cách chọn b.

+ 10 cách chọn c.

+ 10 cách chọn d.

+ 10 cách chọn e.

+ 10 cách chọn f.

Vậy có tất cả 10.10.10.10.10.10 = 10^6 số máy điện thoại.

b) Gọi $\overline{abcdef}$ là số máy điện thoại cần lập. Ta có 10 cách chọn a, 9 cách chọn b, 8 cách chọn c, 7 cách chọn d, 6 cách chọn e và 5 cách chọn f. Theo quy tắc nhân ta có 10.9.8.7.6.5 = 1 512 000 số máy điện thoại.

Ví dụ 17: Trong 100 vé số có một vé trúng 10000 đồng, 5 vé trúng 5000 đồng và 10 vé trúng 1000 đồng. Một người mua ngẫu nhiên 3 vé. Tính xác suất các biến cố.

a) Người đó trúng đúng 3000 đồng.

b) Người đó trúng ít nhất 3000 đồng [5; 134].

Giải

Mua ngẫu nhiên 3 vé trong 100 vé là một tổ hợp chập 3 của 100. Vậy không gian mẫu có : $C_{100}^3 = \frac{100!}{97!3!} = 161700$ phần tử.

a) Gọi A là biến cố : «Trúng đúng 3000 đồng», như vậy người đó phải chọn được 3 vé 1000 đồng trong 10 vé. Vậy số phần tử của A là $C_{10}^3 = 120$ phần tử.

Vậy xác suất để người đó trúng 3000 đồng là $P(A) = \frac{120}{161700} = \frac{2}{2695}$

b) Gọi B là biến cố người đó trúng không tới 3000 đồng. Khi đó B là hợp của các biến cố :

B_1 là biến cố «1 vé trúng 1000 đồng và 2 vé không trúng»

B_2 là biến cố «2 vé trúng 1000 đồng và 1 vé không trúng»

B_3 là biến cố «3 vé không trúng»

Vậy số phần tử của biến cố B là : $C_{10}^1.C_{84}^2 + C_{10}^2.C_{84}^1 + C_{84}^3 = 10.\frac{84!}{82!2!} + \frac{10!}{8!2!}.84 + \frac{84!}{81!3!}$

= $34860 + 3780 + 95284 = 133924$ phần tử. Vậy xác suất người đó trúng không tới 3000 đồng là : P(B) = $\frac{133924}{161700}$

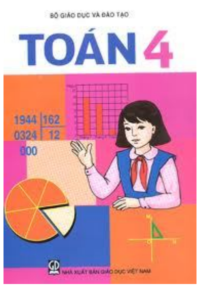
Hiển nhiên biến cố «Trúng ít nhất 3000 đồng» là biến cố bù của B. Do đó xác suất để trúng ít nhất 3000 đồng là : $1-P(B)=1-\frac{133924}{161700}=\frac{6944}{40425}$

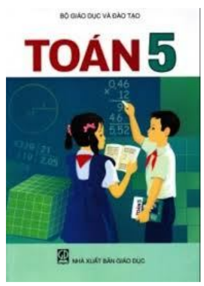
Ví dụ 18: Để đi từ Đà Lạt đến Nha Trang có 5 con đường đi, quãng đường từ Nha Trang đến Thành phố Hồ Chí Minh có 4 con đường đi. Hỏi để đi từ Đà Lạt đến Thành phố Hồ Chí Minh có bao nhiêu cách?

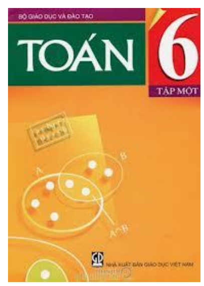
Giải

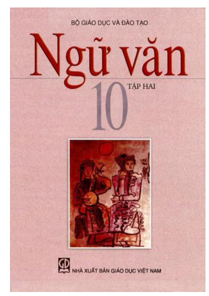
Đây là một công việc được thực hiện 2 lần liên tiếp nên theo quy tắc nhân ta có : 5.4 = 20 cách để đi.

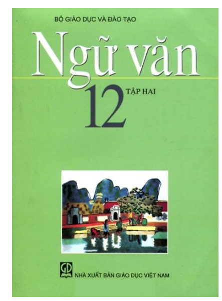
Ví dụ 19: Trên bàn có 3 quyển sách Toán khác nhau và 2 quyển sách Văn khác nhau. Cần chọn đúng 2 quyển sách hỏi có bao nhiêu cách chọn ?











Giải

+ Trường hợp 1 : chọn 2 quyển đều là sách Toán ta có $C_3^2=3$ cách chọn

+ Trường hợp 2 : chọn 2 quyển đều là sách Văn ta có 1 cách chọn

+ Trường hợp 3 : chọn 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Văn ta có $C_3^1.C_2^1=6$ cách chọn.

Vậy có tất cả là 3 +1 + 6 = 10 cách chọn ra 2 quyển sách.

Ví dụ 20: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn Hoa, Thảo, My, Hiệp, Tân vào một ghế dài sao cho :

a) Bạn My ngồi chính giữa

b) Bạn Hoa và Tân ngồi ở hai đầu

Giải:

a) Bạn My ngồi chính giữa ta có duy nhất 1 cách sắp xếp. Tiếp theo ta sẽ có 4! = 24 cách sắp xếp 4 bạn Hoa, Thảo, Hiệp, Tân vào 4 vị trí còn lại. Vậy ta có tất cả là 24.1 = 24 cách sắp xếp.

b) Mỗi cách xếp 5 bạn sao cho Hoa và Tân ngồi ở hai đầu ghế ta có thể chia làm 2 giai đoạn:

+ Giai đoạn 1: xếp Hoa và Tân ngồi ở hai đầu ghế có 2 cách sắp xếp.

+ Giai đoạn 2: xếp Thảo, Hiệp, My vào 3 vị trí còn lại có 3! = 6 cách sắp xếp.

Vậy có tất cả là 2.3! = 12 cách sắp xếp.

Ví dụ 21: Có 8 vận động viên tham gia chạy thi. Nếu không kể trường hợp có 2 vận động viên về đích cùng một lúc thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với các vị trí thứ nhất, thứ nhì, thứ ba? [8; 62]

Giải:

Số kết quả có thể xảy ra đối với các vị trí thứ nhất, thứ hai, thứ ba là một chỉnh hợp chập 3 của 8 do đó ta có $A_8^3 = 336$ kết quả.

Vậy ta có 8.7.6 = 336 kết quả có thể xảy ra.

Ví dụ 22: Nam đến văn phòng phẩm mua hàng tặng bạn. Trong cửa hàng có 3 mặt hàng bút, thước, vở. Trong đó có 5 loại bút, 3 loại thước và 4 loại vở. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một món quà gồm 1 bút, 1 thước và 1 vở.

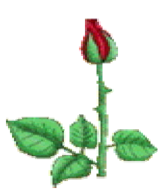
Giải:

- Chọn bút có 5 cách.
- Ứng với mỗi cách chọn bút có 4 cách chọn vở.
- Ứng với mỗi cách chọn bút và vở có 3 cách chọn thước.

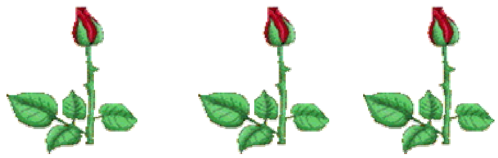
Theo quy tắc nhân ta có: 5.4.3 = 60 cách.

Ví dụ 23: Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa vào 6 lọ khác nhau (mỗi lọ cắm không quá một bông) nếu:

a) Các bông hoa khác nhau

b) Các bông hoa giống nhau

Giải:

a) Vì ta có 3 bông hoa là khác nhau, chọn 3 lọ từ 6 lọ khác nhau để cắm hoa. Mỗi cách cắm là một chỉnh hợp chập 3 của 6. Vậy số cách cắm là $A_6^3 = 120$ cách.

b) Vì ta có 3 bông hoa là giống nhau, chọn 3 lọ từ 6 lọ khác nhau để cắm hoa. Mỗi cách cắm là một tổ hợp chập 3 của 6. Vậy số cách cắm là $C_6^3 = 20$ cách.

Ví dụ 24: Hai nam hai nữ được xếp ngồi ngẫu nhiên vào 4 ghế xếp thành 2 dãy đối diện nhau. Tính xác suất:

a) Nam, nữ ngồi đối diện nhau

b) Nữ ngồi đối diện nhau

Giải:

Ta có $n(\Omega) = 4! = 24$

a) Gọi A là biến cố: "Nam, nữ ngồi đối diện nhau"

Giả sử ta cho nam ngồi ở vị trí 1 và 2 thì có 2 cách chọn, nữ ngồi vị trí 3 và 4 có hai cách chọn. Sau đó hoán đổi vị trí hai người ngồi đối diện cho nhau do đó ta có 2.2 = 4 cách sắp xếp.

n(A) = 2.2.2.2 = 16 suy ra $P(A) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

b) Gọi B là biến cố: "Nữ ngồi đối diện nhau".

Suy ra nam ngồi đối diện nhau. Vậy B là biến cố đối của biến cố A. Do đó $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

* Ngoài các ứng dụng thực tiễn mà GV đưa ra cho HS thì GV có thể yêu cầu tự tìm ra các ví dụ khác hoặc có thể thảo luận theo nhóm trong các giờ học tự chọn, giờ học tăng tiết để giúp HS phát hiện ra các ứng dụng khác nhau của toán TH – XS. GV nên khuyến khích HS tự tìm ra các bài toán và trao đổi bàn bạc với các bạn để tìm ra cách

giải quyết cho các bài toán đó. Điều này còn làm cho HS quen dần với việc tự học và cách làm việc theo nhóm.

2.2.4. Biện pháp 4: Hướng dẫn HS phát hiện sai lầm và sửa chữa sai lầm cho HS

2.2.4.1. Cơ sở xây dựng biện pháp

Cho HS phát hiện và sửa chữa sai lầm là một cách tốt nhất để HS có thể tự kiểm tra về năng lực, mức độ tiếp thu kiến thức của mình. Nội dung TH – XS chứa rất nhiều công thức quy tắc dễ gây nhầm lẫn cho HS trong quá trình học tập. Do đó việc giúp HS nhận biết và sửa chữa sai lầm là điều rất quan trọng trong việc dạy học nội dung này. Điều này giúp cho HS hoạt động độc lập và linh hoạt trong suy nghĩ, giúp HS khắc sâu hơn nội dung bài học và hạn chế được những sai lầm đáng tiếc.

2.2.4.2. Nội dung và thực hiện biện pháp

- Việc sửa chữa sai lầm cho HS là một hoạt động quan trọng, G. Pôlya cho rằng: “con người phải biết học ở những sai lầm và thiếu sót của mình”. A.A.Stoliar phát biểu: “không được tiếc thời gian để phân tích trên giờ học các sai lầm của HS”, còn J.A. Komenxkee thì cho rằng: “bất kì một sai lầm nào cũng có thể làm cho HS kém đi nếu như GV không chú ý ngay đến sai lầm đó và hướng dẫn HS nhận ra, sửa chữa, khắc phục sai lầm”.

- Khi HS đứng trước yêu cầu tìm sai lầm trong một lời giải do thầy đưa ra thì tức là tình huống bao hàm một vấn đề, vì nói chung không có thuật giải để phát hiện sai lầm. Tình huống này gợi nhu cầu PH & GQVĐ cho HS vì bản thân HS cũng rất muốn tìm ra sai lầm của lời giải, không thể chấp nhận một lời giải sai. Việc cho HS tìm ra chỗ sai của bài toán cũng là cách giúp HS huy động những kiến thức mà mình đã được học, những kĩ năng sẵn có của bản thân mình để làm được điều này.

- Sau khi phát hiện thấy một sai lầm khi giải một bài toán nào đó, HS đứng trước một nhiệm vụ nhận thức là tìm ra nguyên nhân sai lầm và sửa chữa sai lầm.

2.2.4.2.1. Một số khó khăn và sai lầm HS thường mắc phải

- Nghĩ không ra cách giải nhưng xem lời giải thì thấy dễ hiểu.
- Sử dụng nhầm lẫn quy tắc cộng và quy tắc nhân.
- Lúng túng không biết khi nào dùng chỉnh hợp, khi nào dùng tổ hợp.

- Sai lầm trong việc lựa chọn phần tử từ một tập đã cho mà không lưu ý đến điều kiện ràng buộc.

- Hiểu sai về không gian mẫu.

- Tính sai số phần tử của không gian mẫu và biến cố.

- Áp dụng sai công thức cộng và nhân xác suất.

- Chưa phân biệt được biến cố độc lập và biến cố xung khắc.

- Do tính toán sai.

- Viết chưa thành thạo công thức nhị thức Newton…

2.2.4.2.2. Một số nguyên nhân

- Không hiểu rõ bản chất của hai khái niệm chỉnh hợp và tổ hợp.

- HS không chú ý đến một số điều kiện được ẩn trong bài toán.

- HS không chú ý điều kiện để áp dụng công thức cộng xác suất là các biến cố phải xung khắc còn điều kiện để sử dụng công thức nhân xác suất là các biến cố phải độc lập.

- Do hiểu sai các hoạt động thành phần để hoàn thành một công việc nào đó dẫn đến áp dụng sai quy tắc cộng và quy tắc nhân.

2.2.4.2.3. Một số biện pháp khắc phục

a) Biện pháp 1: Tạo ra các tình huống để HS trao đổi, thảo luận, tự tìm ra các quy tắc, công thức, lời giải.

GV nên để cho HS tự làm, tự giải quyết bài toán theo quan điểm của mình hoặc GV có thể hướng dẫn cho HS ở một mức độ nào đó để sau khi GV phân tích, góp ý sửa chữa thì HS sẽ thấy được cái sai trong cách nghĩ, cách giải quyết vấn đề của mình qua đó rút kinh nghiệm cho bản thân. Điều này sẽ giúp cho HS nhớ kiến thức được lâu hơn.

Ví dụ 25: Để giúp HS phát hiện ra công thức nhị thức Newton GV nên tổ chức cho HS phát hiện vấn đề như sau:

- GV: yêu cầu HS khai triển các biểu thức sau: $(a + b)^2$, $(a + b)^3$, $(a + b)^n$

- HS: HS sẽ khai triển được các biểu thức $(a + b)^2$, $(a+b)^3$ như sau:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Và HS không thể khai triển được $(a+b)^n$. Như vậy đến đây HS sẽ thắc mắc là làm thế nào để ta khai triển được biểu thức trên, HS sẽ tò mò muốn tìm hiểu nó.

- GV yêu cầu HS so sánh hệ số theo thứ tự từ trái qua phải của biểu thức $a^2+2ab+b^2$ với các số $1=C_2^0, 2=C_2^1, 1=C_2^2$; của biểu thức $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ với các số $1=C_3^0$, $3=C_3^1, 3=C_3^2, 1=C_3^3$.

- HS: các hệ số trên là bằng nhau theo thứ tự từ trái qua phải tức là

$(a+b)^2 = C_2^0a^2 + C_2^1ab + C_2^2b^2$ và $(a+b)^3 = C_3^0a^3 + C_3^1a^2b + C_3^2ab^2 + C_3^3b^3$

Đến đây HS sẽ phát hiện được công thức tổng quát là:

$$(a+b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + ... + C_n^ka^{n-k}b^k + ... + C_n^nb^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k}b^k$$

Ví dụ 26: GV tạo tình huống để HS tìm ra định lí: Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là $P_n = n! = n(n-1)(n-2)...1$

Để giúp HS phát hiện ra định lí trước tiên GV yêu cầu HS hai câu hỏi sau:

1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 người vào 4 chỗ ngồi khác nhau.

2. Có bao nhiêu cách sắp xếp n người vào n chỗ ngồi khác nhau.

Để giải quyết câu hỏi thứ nhất GV nên hướng dẫn HS trả lời từng câu hỏi nhỏ sau:

- GV: Bằng cách liệt kê hãy sắp xếp 4 người vào 4 chỗ ngồi. Nếu xếp một người vào vị trí đầu tiên thì có bao nhiêu cách chọn?

- Yêu cầu HS chỉ ra: Có 4 cách chọn (ta chọn ra một người từ bốn người).

- GV: Nếu chọn một người ngồi vào vị trí đầu tiên rồi thì còn lại bao nhiêu người và bao nhiêu chỗ trống?

- Yêu cầu HS chỉ ra: Còn lại 3 người và 3 chỗ trống.

- GV: Nếu xếp người thứ 2 vào vị trí tiếp theo thì có bao nhiêu cách chọn? Và còn lại bao nhiêu người và bao nhiêu chỗ trống?

- Yêu cầu HS chỉ ra: Có 3 cách chọn (ta chọn ra một người trong ba người còn lại) và còn lại 2 người cùng với 2 chỗ trống.

- GV: Nếu xếp người thứ 3 vào vị trí tiếp theo thì có bao nhiêu cách chọn? Và còn lại bao nhiêu người và bao nhiêu chỗ trống?

- Yêu cầu HS chỉ ra: Có 2 cách chọn và còn lại một người cùng với một chỗ trống.

- GV: Nếu xếp người còn lại vào vị trí cuối cùng thì có bao nhiêu cách?

- Yêu cầu HS chỉ ra: Có duy nhất một cách.

- GV: Vậy có bao nhiêu cách sắp xếp bốn người ngồi vào bốn chỗ khác nhau?

- Yêu cầu HS chỉ ra: Theo quy tắc nhân ta có 4.3.2.1 = 24 cách.

Theo cách suy luận như vậy thì HS có thể tự mình tìm ra cách giải cho câu hỏi thứ hai bằng cách tổng quát từ câu hỏi thứ nhất. Và HS có thể trình bày lời giải như sau:

- Nếu xếp một người vào vị trí đầu tiên thì có n cách xếp và còn lại (n-1) chỗ trống.

- Nếu xếp người thứ hai vào vị trí tiếp theo thì có (n-1) cách xếp và còn lại (n-2) chỗ trống.

- Nếu xếp người thứ ba vào vị trí tiếp theo thì có (n-2) cách xếp và còn lại (n-3) chỗ trống.

- Tương tự, ta quy nạp tới (n-1). Nếu xếp người thứ (n-1) vào vị trí tiếp theo sẽ có hai cách chọn và còn một chỗ trống.

- Và cuối cùng xếp người thứ n vào vị trí còn lại thì có 1 cách chọn và không còn chỗ trống nào.

Vậy theo quy tắc nhân ta có: n(n-1)(n-2)…2.1 = n! cách chọn.

Phát biểu định lý: Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là:

$$P_n = n! = n(n-1)(n-2)...1$$

Ký hiệu P_n là số các hoán vị của tập hợp có n phần tử.

Ví dụ 27: Có bao nhiêu số tự nhiên là số chẵn và có hai chữ số khác nhau?

Một HS giải như sau:

- Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên chẵn có hai chữ số khác nhau.
- Do $\overline{ab}$ là số tự nhiên chẵn nên ta có 5 cách chọn b từ các số 0, 2, 4, 6, 8.
- Chọn a có 9 cách.
- Theo quy tắc nhân ta có 5.9 = 45 số.

Sai lầm: Ở đây HS đã quên mất điều kiện ràng buộc để $\overline{ab}$ trở thành số tự nhiên có hai chữ số là a phải khác 0. Vì thế trong trường hợp trên HS đã không xét đến trường hợp trong 45 số có trường hợp số a = 0 và do đó nó không còn là số tự nhiên có hai chữ số nữa.

Lời giải đúng:

- Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên chẵn có hai chữ số khác nhau.

+ Xét trường hợp b = 0:

Chọn b có 1 cách.

Chọn a có 9 cách.

Vậy trong trường hợp này có 1.9 = 9 số.

+ Xét trường hợp b $\neq 0$:

Chọn b có 4 cách.

Chọn a có 8 cách.

Vậy trong trường hợp này có 4.8 = 32 số.

- Theo quy tắc cộng ta có 9 + 32 = 41 số.

Ví dụ 28: Cho HS tìm sai lầm và đưa ra lời giải đúng cho bài toán sau:

Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất của biến cố tổng số chấm xuất hiện trên mặt của con súc sắc hai lần là 8.

Giải:

Tổng số chấm xuất hiện trên mặt của con súc sắc hai lần chỉ có thể là 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 nên không gian mẫu của phép thử này gồm 11 kết quả đồng khả năng. Trong đó chỉ có 1 kết quả cho tổng là 5 nên xác suất của biến cố này là $\frac{1}{11}$.

GV có thể hướng dẫn HS tìm sai lầm như sau:

+ GV: không gian mẫu là gì?

+ Yêu cầu HS chỉ ra: không gian mẫu là tập hợp tất cả các kết quả có thể có của một phép thử.

+ GV: vậy các kết quả có thể có của phép thử trong bài toán này là gì?

+ Yêu cầu HS chỉ ra: kết quả của phép thử ở đây là con súc sắc thứ nhất xuất hiện mặt mấy chấm, con súc sắc thứ hai xuất hiện mặt mấy chấm.

+ GV: vậy các em có phát hiện ra lời giải của bài toán này sai ở chỗ nào không?

+ Yêu cầu HS chỉ ra: lời giải trên sai về không gian mẫu.

+ GV: yêu cầu HS sửa lại cho đúng.

+ Yêu cầu HS chỉ ra: có 6 khả năng xảy ra đối với con súc sắc thứ nhất và 6 khả năng xảy ra đối với con súc xắc thứ hai do đó không gian mẫu của phép thử này có 36 phần tử. Trong đó biến cố tổng số chấm xuất hiện trên mặt của con súc sắc hai lần là 8 là 5 nên xác suất là $\frac{5}{36}$.

b) Biện pháp 2: Nhấn mạnh vào những dấu hiệu đặc trưng

Trong quá trình dạy học GV cần nhấn mạnh vào những dấu hiệu đặc trưng cho HS phân biệt được các quy tắc, công thức (có kèm theo ví dụ). Qua đó sẽ giúp HS nhớ kiến thức được lâu hơn. Các quy tắc, công thức mà HS thường nhầm lẫn đó là nhầm lẫn giữa quy tắc cộng và quy tắc nhân; nhầm lẫn giữa chỉnh hợp và tổ hợp.

<u> Dạng 1: Dấu hiệu nhận biết quy tắc cộng và quy tắc nhân</u>*

- Công việc được thực hiện bằng hai phương án (hay còn gọi là hai khả năng) thì dùng quy tắc cộng.

- Công việc được thực hiện bằng hai công đoạn thì dùng quy tắc nhân.

Ví dụ 29: Một đội văn nghệ có 8 HS nam và 6 HS nữ. Hỏi:

a) Có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để đi biểu diễn văn nghệ cho trường (nam hay nữ đều được).

b) Có bao nhiêu cách chọn ra một đôi song ca gồm một HS nam và một HS nữ.

Giải:

a) Có hai khả năng: chọn nam hoặc nữ. Có 8 cách chọn một HS nam và 6 cách chọn một HS nữ. theo quy tắc cộng ta có tất cả 8 + 6 = 14 cách chọn.

b) Có hai công đoạn: chọn nam rồi chọn nữ (hoặc ngược lại).Có 8 cách chọn một HS nam và 6 cách chọn một HS nữ nên có tất cả 8.6 = 48 cách chọn.

Ví dụ 30: Có hai hộp bi I và II giống nhau: hộp I có 10 viên bi, gồm 4 viên bi trắng và 6 viên bi đỏ, hộp II có 10 viên bi, gồm 5 viên bi trắng và 5 viên bi đỏ. Từ mỗi hộp, lấy ngẫu nhiên ra 1 viên bi. Hỏi:

a) Có bao nhiêu cách lấy khác nhau.

b) Có bao nhiêu cách lấy khác nhau sao cho 2 viên bi lấy ra đều là bi trắng.

Giải:

a) Có hai công đoạn: lấy một viên bi từ hộp I rồi lấy một viên bi từ hộp II

+ Lấy bi từ hộp I: có 2 khả năng: lấy bi trắng hoặc bi đỏ. Lấy bi trắng có 4 cách, lấy bi đỏ có 6 cách. Theo quy tắc cộng ta có 10 cách lấy ra một viên bi từ hộp I.

+ Lấy bi từ hộp II: có 2 khả năng: lấy bi trắng hoặc bi đỏ. Lấy bi trắng có 5 cách, lấy bi đỏ có 5 cách. Theo quy tắc cộng ta có 10 cách lấy ra một viên bi từ hộp II.

Theo quy tắc nhân ta có: 10.10 = 100 cách

b) Có hai công đoạn: lấy một viên bi màu trắng từ hộp I rồi lấy một viên bi màu trắng từ hộp II.

+ Lấy một viên bi màu trắng từ hộp I có 4 cách.

+ Lấy một viên bi màu trắng từ hộp II có 5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có: 4.5 = 20 cách lấy ra hai viên bi màu trắng.

<u> Dạng 2: Dấu hiệu để phân biệt chỉnh hợp và tổ hợp</u>*

Chỉnh hợp: Cho tập hợp A gồm có n phần tử, ta sẽ dùng chỉnh hợp nếu có hai dấu hiệu sau:

- Chỉ chọn k phần tử của A $(1 \leq k < n)$;
- *Có sắp xếp* thứ tự các phần tử đã chọn.

Tổ hợp: Cho tập hợp A gồm có n phần tử, ta sẽ dùng tổ hợp nếu có hai dấu hiệu sau:

- Chỉ chọn k phần tử của A $(1 \leq k < n)$;
- *Không sắp xếp* thứ tự các phần tử đã chọn.

Ví dụ 31: Trong một lớp học có 40 HS cần chọn ra 3 người vào ban cán sự lớp.

a) Nếu không có sự phân biệt về chức vụ của 3 người trong ban cán sự lớp thì có bao nhiêu cách chọn?

b) Nếu cần chọn ba người vào ban cán sự lớp với ba chức vụ: lớp trưởng, lớp phó, bí thư.

Giải:

a) Mỗi cách chọn ra ba HS để làm việc trong ban cán sự lớp mà không có sự phân biệt về chức vụ là một tổ hợp chập 3 của 40 nên có $C_{40}^{3} = 9880$ cách.

b) Mỗi cách chọn ra 3 HS để làm việc trong ban cán sự lớp với 3 chức vụ: lớp trưởng, lớp phó, bí thư (thứ tự là quan trọng) là một chỉnh hợp chập 3 của 40 nên có $A_{40}^{3} = 59280$ cách.

Ví dụ 32: Cho 9 điểm trong mặt phẳng sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng.

a) Có bao nhiêu đường thẳng mà mỗi đường thẳng đi qua 2 trong số 9 điểm nói trên.

b) Có bao nhiêu vecto khác vecto $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là hai trong số chín điểm nói trên.

Giải:

a) Mỗi cặp điểm không kể thứ tự trong chín điểm đã cho xác định một đường thẳng và ngược lại. Vậy số đường thẳng đi qua hai điểm trong số chín điểm đã cho là $C_9^2 = 36$ đường thẳng.

b) Do một vecto khác vecto $\vec{0}$ sẽ được phân biệt điểm đầu và điểm cuối (thứ tự là quan trọng) nên mỗi cách chọn ra 2 trong số 9 điểm đã cho là một chỉnh hợp chập 2 của 9 nên số vecto được tạo thành là $A_9^2 = 72$ vecto.

<u> Dạng 3: HS nhầm lẫn khi dùng quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất</u>*

- Điều kiện để áp dụng công thức cộng xác suất là các biến cố phải xung khắc còn điều kiện để sử dụng công thức nhân xác suất là các biến cố phải độc lập.

Ví dụ 33: Trong một lọ hoa có 6 hoa hồng và 4 hoa cúc. Hai đứa trẻ lấy ngẫu nhiên mỗi người một hoa từ lọ hoa này. Tính xác suất của biến cố "hai đứa trẻ lấy được hai loại hoa khác nhau".

Giải:

Gọi A là biến cố đứa trẻ thứ nhất lấy được hoa hồng, P(A) = $\frac{1}{6}$

Gọi $\overline{A}$ là biến cố đứa trẻ thứ nhất lấy được hoa cúc, P($\overline{A}$) = $\frac{1}{4}$

Gọi B là biến cố đứa trẻ thứ hai lấy được hoa hồng, P(B) = $\frac{1}{6}$

Gọi $\overline{B}$ là biến cố đứa trẻ thứ hai lấy được hoa cúc, P($\overline{B}$) = $\frac{1}{4}$

Gọi C là biến cố "Hai đứa trẻ lấy được hai loại hoa khác nhau". Khi đó C = $A.\overline{B} \cup \overline{A}.B$. Áp dụng công thức cộng và nhân xác suất ta có:

$$P(C) = P(A).P(\overline{B}) + P(\overline{A}).P(B) = \frac{1}{6}.\frac{1}{4} + \frac{1}{4}.\frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

Sai lầm: HS cho rằng các biến cố A và B là độc lập nên áp dụng sai công thức nhân xác suất. Thực tế ở đây các biến cố không độc lập với nhau nên không được sử dụng công thức nhân xác suất.

Lời giải đúng:

Ta có: $n(\Omega) = A_{10}^{2} = 90$

Gọi A là biến cố hai đứa trẻ lấy được hai loại hoa khác nhau.

Trường hợp 1: Đứa trẻ thứ nhất lấy được hoa hồng thì đứa trẻ thứ hai phải lấy được hoa cúc, có 6 x 4 = 24 cách chọn.

Trường hợp 2: Đứa trẻ thứ nhất lấy được hoa cúc thì đứa trẻ thứ hai phải lấy được hoa hồng, có 4 x 6 = 24 cách chọn.

Khi đó n(A) = 24 + 24 = 48. Vậy P(A) = $\frac{48}{90} = \frac{8}{15}$

Ví dụ 34: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt 2 chấm"

B: "Lần thứ hai xuất hiện mặt 2 chấm"

C: "Ít nhất một lần xuất hiện mặt 2 chấm"

Giải:

Ta có $n(\Omega) = 36$

A = {(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)}, n(A) = 6 nên P(A) = $\frac{1}{6}$

B = {(1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)}, n(B) = 6 nên P(B) = $\frac{1}{6}$

Ta thấy $C = A \cup B$ cho nên theo công thức cộng xác suất ta có:

$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

Sai lầm: HS đã áp dụng sai cộng thức cộng xác suất vì $C = A \cup B$ nhưng A và B không phải là hai biến cố xung khắc do $A \cap B \neq \varnothing$ ($A \cap B$ = (2,2)).

Lời giải đúng:

Ta có: $n(\Omega) = 36$

A = {(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)}, n(A) = 6 nên P(A) = $\frac{1}{6}$

B = {(1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)}, n(B) = 6 nên P(B) = $\frac{1}{6}$

C = {(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (1,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)}, n(C) = 11 nên P(C) = $\frac{11}{36}$.

c) Biện pháp 3: Tăng cường các dạng toán gồm nhiều tình huống khác nhau.

GV nên đưa ra các bài toán có nhiều câu hỏi với dụng ý so sánh, phân biệt giúp HS nắm chắc các khái niệm, quy tắc, công thức.

Ví dụ 35: Một trường tiểu học có 50 HS đạt danh hiệu cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có bốn cặp anh em sinh đôi. Nhà trường cần chọn ra một nhóm 3 HS trong 50 HS trên đi dự Đại hội cháu ngoan Bác Hồ sao cho không có cặp anh em sinh đôi nào. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Giải:

Một nhóm 3 HS sao cho không có cặp anh em HS sinh đôi nào, nên ta có các trường hợp sau:

- Trường hợp 1: Trong nhóm 3 HS có 1 HS trong bốn cặp sinh đôi.

  Chọn 1 HS trong bốn cặp sinh đôi có 8 cách chọn HS thứ nhất, có 50 – 8 = 42 cách chọn HS thứ hai và có 41 cách chọn HS thứ 3. Vậy theo quy tắc nhân ta có 8.42.41 = 13776 cách chọn.

- Trường hợp 2: Trong nhóm 3 HS không có ai trong bốn cặp sinh đôi. Có 42 cách chọn HS thứ nhất, 41 cách chọn HS thứ hai và 40 cách chọn HS thứ ba. Vậy theo quy tắc nhân ta có 42.41.40 = 68880 cách chọn

Theo quy tắc cộng ta có tất cả: 13776 + 68880 = 82656 cách chọn

Ví dụ 36: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 HS nam và 325 HS nữ.

a) Nhà trường cần chọn một HS khối 11 đi dự dạ hội của HS thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

b) Nhà trường cần chọn hai HS trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của HS thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn? [8; 54]

Giải:

a) Nhà trường cần chọn một HS nên có hai khả năng: chọn nam hoặc chọn nữ. Chọn nam có 280 cách chọn và có 325 cách chọn nữ. Vậy có: 280 + 325 = 605 cách chọn.

b) Nhà trường cần chọn hai HS trong đó có một nam và một nữ. Việc làm này có hai công đoạn: chọn một HS nam rồi chọn một HS nữ. Chọn nam có 280 cách chọn và ứng với cách chọn nam ta có 325 cách chọn nữ. Vậy theo quy tắc nhân có tất cả: 280.325 = 91000 cách.

Ví dụ 37: Hộp thứ nhất chứa 3 quả cầu đỏ và 2 qủa cầu xanh, hộp thứ hai chứa 4 quả cầu đỏ và 6 quả cầu xanh. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một quả cầu. Tính xác suất sao cho:

a) Cả hai quả đều đỏ

b) Hai quả cùng màu

c) Hai quả khác màu

Giải:

Không gian mẫu là kết quả của hai hành động liên tiếp: lấy từ hộp thứ nhất một quả cầu và lấy từ hộp thứ hai một quả cầu. Do đó $n(\Omega) = C_5^1.C_{10}^1 = 50$

Gọi A là biến cố: “Quả lấy từ hộp thứ nhất màu đỏ”

$\overline{A}$ là biến cố: “Quả lấy từ hộp thứ nhất màu xanh”

B là biến cố: “Quả lấy từ hộp thứ hai màu đỏ”

$\overline{B}$ là biến cố: “Quả lấy ra rừ hộp thứ hai màu xanh”

C là biến cố: “Hai quả lấy ra cùng màu”

D là biến cố: “Hai quả lấy ra khác màu”

Khi đó A và B là hai biến cố độc lập với nhau, $A \cap B$ là biến cố: “Cả hai quả lấy ra đều có màu đỏ”

a) Ta có: $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{3}{5}.\frac{4}{10} = 0,24$

b) Ta có: $C = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$, $n(\overline{A} \cap \overline{B}) = 2.6 = 12$

$$P(C) = P\Big((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\Big) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} + \frac{n(\overline{A} \cap \overline{B})}{n(\Omega)} = \frac{12}{50} + \frac{12}{50} = 0,48$$

c) Dễ thấy D và C là hai biến cố đối nhau, nghĩa là

$D = \overline{C} \Rightarrow P(D) = P(\overline{C}) = 1 - 0,48 = 0,52$

Ví dụ 38: Một tổ có 7 HS nam và 4 HS nữ. GV cần chọn 3 HS xếp bàn ghế của lớp, trong đó có ít nhất một HS nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Giải:

Ta có 3 trường hợp:

- Trường hợp 1: có một HS nam và hai HS nữ thì ta có số cách chọn là $C_7^1.C_4^2 = 42$ cách chọn.

- Trường hợp 2: có hai HS nam và một HS nữ thì ta có số cách chọn là $C_7^2.C_4^1 = 84$ cách chọn.

- Trường hợp 3: có ba HS nam và không có HS nữ nào thì ta có số cách chọn là $C_7^3 = 35$ cách chọn.

Theo quy tắc cộng ta có 42 + 85 + 35 = 161 cách chọn.

Ví dụ 39: Một câu lạc bộ Toán học lúc thành lập có 17 thành viên, cần bầu chọn ra một nhóm gồm 3 người.

a) Trong đó có một thành viên làm giám đốc câu lạc bộ, một thành viên làm phó giám đốc câu lạc bộ và một thành viên làm kế toán trưởng câu lạc bộ. Hỏi trong trường hợp này có bao nhiêu cách chọn?

b) Trong 3 người đó ai cũng có khả năng làm một trong ba chức vụ trên thì trong trường hợp này có bao nhiêu cách chọn?

Giải:

a) Việc chọn ra một nhóm gồm 3 người trong đó có một thành viên làm giám đốc câu lạc bộ, một thành viên làm phó giám đốc câu lạc bộ và một thành viên làm kế toán trưởng câu lạc bộ (thứ tự là quan trọng) là một chỉnh hợp chập 3 của 17 nên ta có: $A_{17}^3 = 4080$ cách chọn.

b) Việc chọn ra một nhóm gồm 3 người trong đó ai cũng có khả năng làm một trong ba chức vụ trên (thứ tự không quan trọng) là một tổ hợp chập 3 của 17 nên ta có: $C_{17}^3 = 680$ cách chọn.

Ví dụ 40: Một cuộc thi có 15 người tham dự, giả thiết rằng không có hai người nào có điểm bằng nhau.

a) Nếu kết quả của cuộc thi là việc chọn ra 4 người điểm cao nhất thì có bao nhiêu kết quả có thể?

b) Nếu kết quả của cuộc thi là việc chọn ra các giải nhất, nhì, ba thì có bao nhiêu kết quả có thể? [8; 63]

Giải:

a) Nếu kết quả của cuộc thi là việc chọn ra 4 người điểm cao nhất (không sắp thứ tự) thì sẽ có $C_{15}^{4} = 1365$ kết quả.

b) Nếu kết quả của cuộc thi là việc chọn ra các giải nhất, nhì, ba (thứ tự là quan trọng) thì sẽ có $A_{15}^{3} = 2730$ kết quả.

d) Biện pháp 4: Dự kiến các sai lầm HS có thể mắc phải, phân tích và sửa chữa sai lầm cho HS.

Có rất nhiều sai lầm mà HS thường gặp phải khi học toán TH - XS (các sai lầm đã được liệt kê ở trên). Tuy nhiên một sai lầm mà HS thường rất hay mắc phải khi học toán xác suất đó là sai lầm trong việc tìm không gian mẫu của phép thử và liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố cần tìm.

Ví dụ 41: Có 4 quân bài khác nhau, gồm 2 quân cơ và 2 quân nhép. Người ta rút ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 quân bài trong số 4 quân bài đó. Tính xác suất rút được 2 quân cùng chất (cùng là cơ hoặc cùng là nhép).

Giải:

Ta có không gian mẫu gồm hai khả năng: 2 quân rút ra đồng chất, 2 quân rút ra không đồng chất. Từ đó suy ra xác suất rút được hai quân cùng chất là $\frac{1}{2}$.

Sai lầm: Liệt kê không gian mẫu thiếu. Không gian mẫu ở đây gồm có 3 trường hợp: hai quân cùng cơ, hai quân cùng nhép, hai quân không đồng chất (một quân cơ và một quân nhép).

Lời giải đúng:

Không gian mẫu gồm có 3 trường hợp: hai quân cùng cơ, hai quân cùng nhép, hai quân không đồng chất.

Xác suất rút hai quân cùng cơ là $\frac{1}{3}$

Xác suất rút hai quân cùng nhép là $\frac{1}{3}$

Vậy xác suất rút được hai quân cùng chất là $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Ví dụ 42: Gieo hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên mặt của hai con súc sắc là 7.

Giải:

Ta có không gian mẫu Ω có $|\Omega| = 36$.

Gọi A là biến cố tổng số chấm xuất hiện trên mặt của hai con súc sắc là 7.

Ta có: $\Omega_A = \{(1;6),(2;5),(3;4)\} \Rightarrow |\Omega_A| = 3$.

Do đó P(A) = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

Sai lầm: Lời giải trên sai lầm ở chỗ liệt kê thiếu các kết quả thuận lợi cho A dẫn đến việc tính sai xác suất.

Lời giải đúng:

Các kết quả thuận lợi cho A là: $\Omega_A = \{(1;6),(2;5),(3;4),(6;1),(4;3),(5;2)\}$. Vậy P(A) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Ví dụ 43: Có 4 tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Rút ngẫu nhiên 3 tấm. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: "Tổng các số trên 3 tấm bìa bằng 8"

B: "Các số trên 3 tấm bìa là số tự nhiên liên tiếp"

Giải:

Ta có $n(\Omega) = A_4^3 = 24$

A = {134, 143, 314, 341, 431, 413} suy ra n(A) = 6 nên P(A) = $\frac{1}{4}$

B = {123, 234} suy ra n(B) = 2 nên P(B) = $\frac{1}{12}$

Sai lầm: Ở đây HS đã tính sai số phần tử của không gian mẫu và số phần tử có lợi cho biến cố dẫn đến tính sai xác suất. HS thấy các thẻ có đánh số nên nhầm tưởng việc chọn 3 thẻ có liên quan đến thứ tự.

Lời giải đúng:

Ta có $n(\Omega) = C_4^3 = 4$

A = {(1,3,4)} suy ra n(A) = 1 nên P(A) = $\frac{1}{4}$

B = {(1,2,3), (2,3,4)} suy ra n(A) = 2 nên P(B) = $\frac{1}{2}$

2.2.5. Biện pháp 5: Hệ thống hóa, bổ sung thêm các dạng bài tập cho HS

- Hệ thống hóa bài tập cho HS là GV làm cho các bài tập trở nên có hệ thống.

- Hệ thống hóa là một trong những biện pháp, thao tác tư duy logic quan trọng. Nó có tác dụng làm phong phú thêm kiến thức đã học bằng một tư tưởng mới, xem xét các vấn đề đã học dưới góc độ mới. Việc làm này không chỉ giúp người học củng cố những điều đã học mà còn sắp xếp chúng một cách có hệ thống chặt chẽ.

- Việc hệ thống hóa các dạng bài tập sẽ giúp cho HS tiết kiệm được thời gian khi học tập, giúp người học tập trung và nhận biết thông tin chính xác của bài học, cải thiện được trí nhớ và sự sáng tạo. Việc làm này còn giúp cho HS biết nhận dạng, sắp xếp các bài tập theo thứ tự từ dễ đến khó, tạo mối liên kết giữa các kiến thức, giúp HS phát triển năng lực tư duy logic, tư duy biện chứng nhằm phát triển năng lực nhận thức, hoạt động và sáng tạo, giúp HS có thể lấp đầy những kiến thức mà mình đã bị hỏng, củng cố kiến thức cũ và sắp xếp chúng thành một hệ thống chặt chẽ. Ngoài ra nó còn giúp HS phát triển năng lực tự học, giúp HS có thể tự học suốt đời.

- Việc hệ thống các dạng bài tập trong chương trình toán phổ thông nói chung và nội dung toán TH – XS nói riêng là một việc làm hết sức cần thiết. Các nội dung trong chương TH – XS rất nhiều và thường gây nhầm lẫn cho HS, đặc biệt là có những công thức rất khó nhớ. Do đó nếu GV hệ thống bài tập theo từng dạng sẽ giúp cho HS dễ dàng hơn trong việc chiếm lĩnh tri thức, HS sẽ được học từng dạng một cách nhuần nhuyễn rồi mới chuyển sang dạng khác, trong quá trình học từng dạng như vậy HS có thể tự rút ra cho mình phương pháp giải phù hợp với từng loại, từng bài toán sao cho họ có thể giải bài toán đó một cách nhanh nhất.

- Đồng thời việc hệ thống bài tập cho HS cũng giúp HS nắm được tất cả các dạng toán trong chương này.

- Việc hệ thống hóa bài tập cho HS nhằm mục đích củng cố thêm kiến thức cho HS và giúp các em có một tài liệu tham khảo để sử dụng trong quá trình tự học của mình.

- Học toán phần nhiều là giải bài tập do đó mà việc hệ thống lại các dạng bài tập và tổ chức dạy học giải bài tập một cách có hiệu quả có vai trò quan trọng đến chất lượng dạy học toán.

- Mặc dù đã cố gắng nghiên cứu rất nhiều thì các tác giả mới có thể cho ra một quyển SGK tốt nhất, đảm bảo đầy đủ kiến thức nhất để dùng chung cho tất cả HS trên toàn quốc. Tuy nhiên do việc tất cả các HS THPT đều sử dụng chung một quyển SGK nên việc phân loại HS cũng còn nhiều khó khăn, hạn chế. Do vậy mà trong quá trình dạy học GV nên cung cấp thêm cho HS một hệ thống các có phân loại các dạng khác nhau, phù hợp với từng đối tượng HS khác nhau. Bên cạnh đó GV cũng cần hướng dẫn cho HS từng phương pháp cụ thể để giải từng dạng toán cụ thể của nội dung này.

Ví dụ 44: GV có thể hướng dẫn cho HS tìm ra lời giải cho bài toán: Chứng minh rằng với $2 \le k \le n$, $k, n \in N$ ta có:

$C_n^k + 2C_n^{k-1} + C_n^{k-2} = C_{n+2}^k$ như sau:

- Đây là một bài toán chứng minh bất đẳng thức liên quan đến công thức tính tổ hợp. Do đó ta có thể nghĩ đến hai hướng giải sau:

+ Hướng 1: Ta sẽ sử dụng công thức tính tổ hợp $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ để biến đổi vế trái thành vế phải.

+ Hướng 2: Ta sẽ sử dụng các tính chất của tổ hợp $C_n^k = C_n^{n-k}$, $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ để biến đổi vế trái thành vế phải.

Tuy nhiên nếu chúng ta giải bài toán này theo hướng 1 thì rất phức tạp, do đó ta sẽ xem xét bài toán này theo hướng 2.

Theo hướng 2 thì ta biến đổi bài toán như sau:

$$C_n^k + 2C_n^{k-1} + C_n^{k-2} = (C_n^k + C_n^{k-1}) + (C_n^{k-1} + C_n^{k-2}) = C_{n+1}^k + C_{n+1}^{k-1} = C_{n+2}^k$$

- Có thể phân loại các bài toán ở chương TH – XS thành hai dạng bài chính:

+ Dạng bài có lời văn (các bài toán sử dụng các quy tắc đếm, các quy tắc tính xác suất, các bài toán về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp...)

+ Dạng bài về công thức (phần lớn là các bài toán về sử dụng công thức nhị thức Newton)

Trong mỗi dạng này lại được chia nhỏ thành những dạng cụ thể như:

+ Dạng bài tính số cách chọn

+ Dạng bài tính xác suất

+ Dạng bài tính số các số có thể thành lập được...

- Bên cạnh đó GV cũng nên bổ sung thêm những bài toán nâng cao hơn cho HS làm tài liệu trong quá trình học tập của mình.

2.2.5.1. Các loại toán về tổ hợp

** Các bài toán sử dụng hai quy tắc đếm*

- Công việc được thực hiện bằng hai phương án (hay còn gọi là hai khả năng) thì dùng quy tắc cộng.

- Công việc được thực hiện bằng hai công đoạn thì dùng quy tắc nhân.

Ví dụ 45: Một lớp học có 21 HS nam và 23 HS nữ. Hỏi GV có bao nhiêu cách để chọn ra một HS đi trực thư viện?

Đáp án: 44 cách chọn

Ví dụ 46: Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tính số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc đó phát biểu ý kiến sao cho:

a) Hai người đó là vợ chồng

b) Hai người đó không là vợ chồng

Đáp án: a) 10 cách chọn

b) 90 cách chọn

Ví dụ 47: Có ba kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và bốn kiểu dây (kim loại, vải, da, nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một dây và một mặt.

Đáp án: 12 cách chọn

Ví dụ 48: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm:

a) Có hai chữ số

b) Có hai chữ số khác nhau

Đáp án: a) 16 số

b) 12 số

<u> Các bài toán về sử dụng công thức hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp</u>*

Khi giải một bài toán phải chọn trên một tập X gồm n phần tử ta sẽ dùng:

- Hoán vị nếu ta cần chọn hết các phần tử của X và sắp thứ tự chúng.
- Chỉnh hợp nếu ta chỉ chọn k phần tử $(1 \le k < n)$ và sắp xếp thứ tự các phần tử đã chọn.
- Tổ hợp nếu ta chỉ chọn k phần tử $(1 \le k < n)$ và không sắp xếp thứ tự các phần tử đã chọn.

Ví dụ 49: Trong mặt phẳng cho 6 điểm phân biệt sao cho không có 3 điểm nào trong 6 điểm đó thẳng hàng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó thuộc tập hợp điểm đã cho.

Đáp án: $C_6^3 = 20$ tam giác

Ví dụ 50: Một tổ có 16 HS gồm có 6 HS nam và 10 HS nữ. Cần chọn 3 bạn vào ban cán sự lớp. Hỏi:

a) Có bao nhiêu cách chọn

b) Có bao nhiêu cách chọn một HS nam và hai HS nữ

Đáp án: a) $C_{16}^3 = 560$ cách chọn

b) $C_6^1.C_{10}^2 = 270$ cách chọn

Ví dụ 51: Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 HS ngồi vào một cái bàn học có 4 vị trí?

Đáp án: 4! = 24 cách

Ví dụ 52: Giả sử có 7 bông hoa màu khác nhau và 3 lọ khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm ba bông hoa vào 3 lọ khác nhau?

Đáp án: $A_7^3 = 210$ cách

Ví dụ 53: Một HS có 15 quyển sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 quyển sách Toán, 7 quyển sách Văn và 3 quyển sách Anh văn. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách sắp xếp tất cả các cuốn sách đó trên một kệ dài sao cho các cuốn sách cùng bộ được xếp cạnh nhau.

Đáp án: 3!7!3!5! = 21 772 800 cách

Ví dụ 54: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho trong đó có mặt đồng thời ba chữ số 0, 1, 2?

Đáp án: $4.A_4^2.A_7^2 = 2016$ số

Ví dụ 55: Từ tập hợp X = {0; 1; 2; 3; 4; 5} có thể lập được mấy số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

Đáp án: $5.A_5^3 = 300$ số

Ví dụ 56: Cần sắp xếp 5 HS A, B, C, D, E thành một hàng dọc. Hỏi:

a) Có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai HS A và B luôn đứng ở hai đầu hàng?

Đáp án: a) 5! = 120 cách

b) 2!3! = 12 cách

Ví dụ 57: Cho tập A = {1; 2; 3; 4; 5}. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số khác nhau mà các chữ số của nó được lấy từ tập A?

Đáp án: $2.A_4^2 = 24$ số

2.2.5.2. Các bài toán liên quan đến khai triển công thức Nhị thức Newton

Để giải các bài toán liên quan đến việc khai triển công thức Nhị thức Newton ta sẽ xuất phát từ công thức $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + ... + C_n^k a^{n-k} b^k + ... + C_n^n b^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$

và kết hợp với các công thức hoán vị $P_n = n! = n(n-1)(n-2)...1$, chỉnh hợp $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$,

tổ hợp $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}$ ...

Trong các bài toán liên quan đến khai triển công thức nhị thức Newton còn phân thành nhiều dạng nhỏ như:

<u>** Tìm số hạng trong khai triển nhị thức Newton:*</u>

Phương pháp: Sử dụng công thức

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + ... + C_n^k a^{n-k} b^k + ... + C_n^n b^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k .$$

Chú ý:

- Trong khai triển $(a+b)^n$ ta được n + 1 số hạng và số hạng thứ n + 1 là số hạng $x_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$.
- Do $C_n^k = C_n^{n-k}$ nên hai biên và các hệ số cách đều hai biên bằng nhau.
- Tổng số mũ của a và b luôn bằng n.

Ví dụ 58: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton

$(2x+\frac{1}{\sqrt[5]{x}})^{18}$ $(x>0)$

Đáp án: 6528

Ví dụ 59: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $(x+\frac{1}{x})^{10}$

Đáp án: 252

Ví dụ 60: Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Newton $(2x-\frac{1}{x^2})^{17}$

Đáp án: 19 496 960

<u> Tìm hệ số của một lũy thừa trong khai triển nhị thức Newton:</u>*

Phương pháp:

- Đưa khai triển nhị thức Newton về dạng: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$
- Xác định k bằng cách giải phương trình
- Tính hệ số theo công thức tổ hợp:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}$$

Ví dụ 61: Tính hệ số của x^5y^8 trong khai triển $(x+y)^{13}$

Đáp án: 1287

Ví dụ 62: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1 + x)^{12}$

Đáp án: 729

Ví dụ 63: Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(x+\frac{1}{x})^{11}$

Đáp án: 330

Ví dụ 64: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$

Đáp án: 3320

<u>** Tìm số phần tử n trong khai triển nhị thức Newton*</u>:

Phương pháp:

- Đưa khai triển nhị thức Newton về dạng: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$
- Áp dụng công thức: $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}$
- Giải phương trình theo biến n đã thu được.

Ví dụ 65: Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $(x-\frac{1}{4})^n$ bằng 31. Tìm n.

Đáp án: n = 32

Ví dụ 66: Biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1 + 3x)^n$ là 90. Hãy tìm n?

Đáp án: n = 5

<u>** Tính tổng các tổ hợp nhờ sử dụng khai triển nhị thức Newton:*</u>

- Khai triển $(1+x)^n$.
- Dựa vào yêu cầu của đề bài ta cho x nhận một hay hai giá trị thích hợp.

Ví dụ 67: Tính giá trị của biểu thức: S = $C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + ... + C_6^6$

Đáp án: Ta có

$(x+1)^6 = C_6^0 x^6 + C_6^1 x^5 + C_6^2 x^4 + C_6^3 x^3 + C_6^4 x^2 + C_6^5 x + C_6^6$.

Cho x = 1 ta có: 2^6 = $C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + ... + C_6^6$ = 64 = S

2.2.5.3. Các bài toán về xác suất

<u>** Tính xác suất của một biến cố theo định nghĩa cổ điển dựa vào phép đếm các phần tử*</u>

Phương pháp:

- Đếm số phần tử của không gian mẫu Ω
- Đếm số phần tử của tập A là Ω_A
- Tính xác suất P(A) theo công thức : P(A) = $\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$

Ví dụ 68: Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Tìm xác suất để thẻ được lấy ghi số:

a) Chẵn

b) Chia hết cho 3

c) Lẻ và chia hết cho 3

Giải:

Không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, ..., 20\}, n(\Omega) = 20$. Kí hiệu A, B, C là các biến cố tương ứng với câu a), b), c)

a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}, n(A) = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2}$

b) $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}, n(B) = 6 \Rightarrow P(B) = \frac{3}{10}$

c) $A = \{3, 9, 15\}, n(C) = 3 \Rightarrow P(C) = \frac{3}{20}$

Ví dụ 69: Gieo đồng thời 3 đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để có ít nhất một mặt sấp xuất hiện.

Giải:

Ta có không gian mẫu Ω = {SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN} suy ra n(Ω) = 8.

Gọi A là biến cố : "Ít nhất một mặt sấp xuất hiện", khi đó ta có A = { SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS} suy ra n(A) = 7. Vậy P(A) = $\frac{7}{8}$.

<u> Tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển dựa vào các quy tắc cộng, quy tắc nhân và các công thức hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.</u>*

Phương pháp:

- Sử dụng các quy tắc đếm, công thức hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để tính số phần tử của không gian mẫu và số phần tử của tập A.

➢ Tính xác suất P(A) theo công thức P(A) = $\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$

Ví dụ 70: Một cửa hàng bán giày có 4 đôi giày màu xanh và 3 đôi giày màu đỏ. Người ta lấy ngẫu nhiên 3 đôi giày. Tính xác suất để lấy được:

a) Hai đôi giày màu đỏ và một đôi giày màu xanh.

b) Cả ba đôi giày đều màu xanh.

Giải:

Tổng số ta có 7 đôi giày, ta lấy ngẫu nhiên 3 đôi do đó không gian mẫu có:

$C_7^3 = 35$ phần tử.

a) Gọi A là biến cố: " Lấy được hai đôi giày màu đỏ và một đôi giày màu xanh"

Ta có số cách để lấy được hai đôi giày màu đỏ và một đôi giày màu xanh là $C_3^2.C_4^1 = 12$ cách. Vậy P(A) = $\frac{12}{35}$.

b) Gọi B là biến cố: "Lấy được cả ba đôi giày đều màu xanh"

Ta có $C_4^3 = 4$ cách lấy cả ba đôi giày đều màu xanh.

Vậy P(B) = $\frac{4}{35}$.

Ví dụ 71: Một hộp chứa 10 quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 10 và 20 quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Tính xác suất sao cho quả chọn được:

a) Ghi số chẵn

b) Màu đỏ

c) Màu đỏ và ghi số chẵn

d) Màu xanh hoặc ghi số lẻ

Giải:

Ta có $n(\Omega) = C_{30}^1 = 30$

a) Gọi A là biến cố: «Quả cầu ghi số chẵn»

Số cách chọn quả cầu xanh ghi số chẵn là 10 cách và số cách chọn quả cầu đỏ ghi số chẵn là 5 cách nên n(A) = 15.

Vậy P(A) = $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

b) Gọi B là biến cố: «Quả cầu lấy ra là màu đỏ»

Ta có: n(B) = 10 nên P(B) = $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

c) Gọi C là biến cố: "Quả cầu lấy ra là màu đỏ và ghi số chẵn"

Khi đó n(C) = 5 nên P(C) = $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

d) Gọi D là biến cố: «Quả được chọn là màu xanh hoặc ghi số lẻ»

Ta có: n(D) = 20 + 5 = 25. Vậy P(D) = $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$.

<u> Tính xác suất bằng quy tắc cộng</u>*

Phương pháp:

- Sử dụng kĩ thuật đếm
- Xác định hai biến cố xung khắc
- Sử dụng công thức: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ nếu $A \cap B = \varnothing$

Ví dụ 72: Một hộp đựng chín thẻ đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên thẻ với nhau. Tính xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn.

Giải:

Gọi A là biến cố: "Rút được một thẻ chẵn và một thẻ lẻ", B là biến cố: "Cả hai thẻ được rút ra là thẻ chẵn". Khi đó biến cố C: "Tích hai số ghi trên thẻ là một số chẵn" là: $C = A \cup B$.

Do hai biến cố A và B xung khắc, nên $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Vì có 4 thẻ chẵn và 5 thẻ lẻ nên ta có: $P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1}{C_9^2} = \frac{20}{36}; P(B) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{6}{36}$. Vậy

$$P(C) = P(A \cup B) = \frac{20}{36} + \frac{6}{36} = \frac{13}{18}$$

<u> Tính xác suất bằng quy tắc nhân</u>*

Phương pháp

- Chứng tỏ rằng A, B độc lập.
- Tính xác suất P(A), P(B)
- Tính P(AB) = P(A).P(B)

Ví dụ 73: Một chiếc máy có hai động cơ hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ thứ nhất và động cơ thứ hai chạy tốt tương ứng là 0,8 va 0,7. Hãy tính xác suất để cả hai động cơ đều chạy tốt.

Giải:

Gọi A là biến cố: "Động cơ thứ nhất chạy tốt"

B là biến cố: "Động cơ thứ hai chạy tốt"

C là biến cố: "Cả hai động cơ đều chạy tốt"

Khi đó A, B là hai biến cố độc lập nên P(C) = P(AB) = P(A).P(B) = 0,8.0,7 = 0,56

Ví dụ 74: Xác suất để đánh trúng lỗ golf của một vận động viên là 0,65. Người đó đánh liên tiếp hai quả golf độc lập nhau. Tính xác suất để có đúng một quả golf vào lỗ.

Giải:

Gọi A là biến cố: "Quả golf thứ nhất vào lỗ"

B là biến cố: "Quả golf thứ hai vào lỗ"

C là biến cố: "Có đúng một quả golf vào lỗ"

Khi đó ta có: $C = A\overline{B} \cup \overline{A}B$.

Vậy: $P(C) = P(A\overline{B} \cup \overline{A}B) = P(A).P(\overline{B}) + P(B).P(\overline{A}) = 0,65.0,35 + 0,35.0,65 = 0,455$

KẾT LUẬN CHƯƠNG II

Trong chương này đã đưa ra các biện pháp sư phạm để góp phần phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS và trong mỗi biện pháp đều có các ví dụ minh họa.

Các biện pháp sư phạm này được xây dựng dựa trên cơ sở lí luận của phương pháp dạy học theo hướng giúp HS PH & GQVĐ cùng với đặc điểm của chủ đề TH – SX. Chương này cũng đã thống kê lại những kiến thức cơ bản mà HS cần phải nắm được khi học xong nội dung này, đưa ra những sai lầm mà HS thường mắc phải để khi dạy học GV cần chú ý cho HS giúp HS tránh được những sai lầm đáng tiếc này, đồng thời trong chương II khóa luận cũng đã trình này một vài ví dụ để giúp HS thấy được ứng dụng thực tiễn của TH – XS điều này sẽ giúp cho HS có ý thức hơn trong quá trình học tập và hệ thống lại bài tập theo từng dạng để HS dễ nắm kiến thức hơn.

CHƯƠNG III. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích của thực nghiệm sư phạm

Việc tổ chức thực nghiệm sư phạm về phương pháp dạy học "phát triển năng lực PH & GQVĐ" cho HS thông qua dạy học chủ đề TH – XS Đại số và giải tích 11 nâng cao là nhằm các mục đích sau:

- Thứ nhất, kiểm tra lại giả thiết khoa học về dạy học PH & GQVĐ cho HS.
- Thứ hai, kiểm tra lại tính hiệu quả của các biện pháp sư phạm nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ trong việc dạy học chủ đề TH – XS cho HS .
- Thứ ba, kiểm tra chất lượng của HS trong việc phát triển năng lực.
- Thứ tư, giúp GV nhận thức được tầm quan trọng của việc tổ chức dạy học theo định hướng phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS.

3.2. Tổ chức và nội dung của thực nghiệm sư phạm

3.2.1. Tổ chức thực nghiệm

- Thực nghiệm sư phạm được tiến hành ở lớp 11A2 và lớp 11A5 của trường THPT Lấp Vò 2, huyện Lấp Vò, tỉnh Đồng Tháp. Trong đó, lớp 11A2 là lớp thực nghiệm, lớp 11A5 là lớp đối chứng. Theo sự gợi ý, hướng dẫn của GV ở trường thì hai lớp này là tương đương nhau.
- Thời gian thực nghiệm được tiến hành từ 17/2/2014 đến 12/4/2014.
- GV dạy lớp thực nghiệm: Trần Thị Cẩm Nhung
- GV dạy lớp đối chứng: Bùi Phú Hữu

3.2.2. Nội dung thực nghiệm

Thực nghiệm sư phạm được tiến hành trong Chương II: Tổ hợp và Xác suất. Phương pháp thực nghiệm là tổ chức dạy học theo hướng phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS. Với phương pháp này tôi tiến hành soạn giảng hai bài sau:

- Bài 2: Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp (tiết 1)
- Bài 5: Các quy tắc tính xác suất (tiết 1)

Sau khi dạy thực nghiệm tôi cũng đã tiến hành cho lớp làm một bài kiểm tra để đánh giá lại hiệu quả của phương pháp dạy học này.

*** Ý định sư phạm của đề kiểm tra**

Câu 1: kiểm tra tính hiệu quả của biện pháp 1 và biện pháp 4.

Câu 2: kiểm tra tính hiệu quả của biện pháp 2.

Câu 3: kiểm tra tính hiệu quả của biện pháp 1.

Câu 4: kiểm tra tính hiệu quả của biện pháp 4.

3.3. Đánh giá kết quả thực nghiệm sư phạm

3.3.1. Kết quả định tính

Thông qua các giờ dạy nội dung TH – XS theo hướng phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS cho ta thấy:

- Việc áp dụng các biện pháp sư phạm cũng đã đem lại một kết quả nhất định.

- Trong quá trình học tập HS cũng đã tích cực suy nghĩ, tham gia xây dựng bài, PH & GQVĐ, tích cực tham gia phát biểu ý kiến làm cho các giờ học sôi nổi hơn.

- Các em dần dần nắm được các kiến thức cơ bản của chương một cách vững chắc hơn, phân biệt được các quy tắc, công thức dễ nhầm lẫn nhau như: quy tắc cộng, quy tắc nhân, công thức chỉnh hợp, tổ hợp,...

- Thông qua các hoạt động HS cảm thấy thích thú hơn với việc học tập theo phương pháp PH & GQVĐ, HS bị cuốn hút vào các công việc học tập, tạo cho HS lòng ham học, hình thành kĩ năng, kĩ xảo, khơi dậy khả năng tìm ẩn của mỗi HS. Đồng thời cũng giúp cho HS cảm thấy thêm yêu môn toán hơn.

3.3.2. Kết quả định lượng

Kết quả làm bài kiểm tra của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng được thống kê và tính toán thông qua bảng dưới đây:

- Lớp thực nghiệm: (lớp 11A2)

Lớp/Sĩ số	Giỏi (8-10 đ)		Khá (6,5-7,8 đ)		Trung bình (5-6,3 đ)		Yếu (3,5-4,8)		Kém (dưới 3,5)	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
11A2 / 38	9	23,68	16	42,11	11	28,95	1	2,63	1	2,63

- Lớp đối chứng (lớp 11A5)

Lớp/Sỉ số	Giỏi (8-10 đ)		Khá (6,5-7,8 đ)		Trung bình (5-6,3 đ)		Yếu (3,5-4,8)		Kém (dưới 3,5)	
	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
11A5 / 35	4	11,42	9	25,71	13	37,14	5	14,29	4	11,43

Nhận xét: Qua kết quả thống kê trên ta thấy bước đầu thực hiện việc dạy học theo hướng phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS là thành công. Các biện pháp sư phạm được đề ra là khả thi và hợp lí.

KẾT LUẬN CHƯƠNG III

Trên cơ sở lý luận về năng lực, năng lực giải quyết vấn đề và năng lực giải toán theo định hướng PH & GQVĐ trong dạy học Toán chủ đề "TH - XS", từ thực tiễn dạy học và dạy học chủ đề "TH - XS" hiện nay của trường THPT, nghiên cứu đề xuất các biện pháp nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ góp phần nâng cao chất lượng dạy học toán Đại số - Giải tích nói riêng và toán THPT nói chung.

KẾT LUẬN

Khóa luận đã đạt được một số vấn đề sau:

- Nghiên cứu về năng lực nói chung, năng lực toán học nói riêng và năng lực PH & GQVĐ cũng như nghiên cứu về cơ sở lí luận của phương pháp dạy học PH & GQVĐ.

- Ngoài ra khóa luận còn hệ thống lại nội dung chương TH – XS ở sách Đại số và giải tích lớp 11 nâng cao và thực trạng dạy học chương này ở trường THPT.

- Dựa vào các cơ sở lí luận và thực tiễn thì khóa luận cũng đã đề ra các biện pháp nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS.

- Qua khóa luận cũng cho chúng ta thấy được rằng trong quá trình dạy học GV nên áp dụng phương pháp dạy học nhằm phát triển năng lực PH & GQVĐ cho HS để góp phần làm phong phú thêm các phương pháp dạy học mà GV áp dụng khi đứng lớp cũng như góp phần nâng cao chất lượng học tập của HS.

- Đã tổ chức thực nghiệm sư phạm để kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp sư phạm được đưa ra trong chương II của khóa luận.

- Do đợt thực tập sư phạm không rơi vào đúng nội dung nghiên cứu nên việc thực nghiệm cũng còn gặp một số khó khăn.

Đề tài có thể nghiên cứu theo hướng:

- Phát triển năng lực PH & GQVĐ bằng phương pháp dạy học kiến tạo.
- Phát triển năng lực PH & GQVĐ trong dạy học các khái niệm ở trường THPT.
- Phát triển năng lực PH & GQVĐ trong dạy học định lí ở trường THPT theo con đường có khâu suy đoán, con đường suy diễn.

Khóa luận chắc chắn sẽ không thể tránh khỏi những thiếu sót rất mong nhận được sự góp ý chân tình của quý thầy cô và các bạn để khóa luận được hoàn thiện hơn.

Xin chân thành cảm ơn!

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Hoàng Chúng (1998), *Phương pháp dạy học Toán học ở trường phổ thông trung học cơ sở,* Nhà xuất bản (NXB) Giáo Dục.

[2] Nguyễn Huy Đoan (Chủ biên), Nguyễn Xuân Liêm, Nguyễn Khắc Minh, *Bài tập Đại số và Giải tích 11 Nâng Cao*, NXB Giáo Dục.

[3] Nguyễn Dương Hoàng (2010), *Bài giảng Phương pháp dạy học đại cương môn Toán,* Trưởng phòng sau đại học - trường Đại Học Đồng Tháp.

[4] Nguyễn Bá Kim (2007), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại Học Sư Phạm.

[5] Nguyễn Bá Kim (Chủ biên), Bùi Huy Ngọc (2008), *Phương pháp dạy học đại cương môn Toán,* NXB Đại Học Sư Phạm.

[6] Nguyễn Văn Lộc (Chủ biên), Nguyễn Viết Đông, Hoàng Ngọc Cảnh, Trần Quang Tài, Hàn Minh Toàn, Hồ Điện Biên (2010), *Chuyên đề Toán tổ hợp-thống kê – xác suất – số phức*, NXB Đại học quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh.

[7] Bùi Văn Nghị (2008), *Giáo trình phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán* (NXB) Đại Học Sư Phạm.

[8] Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), Nguyễn Huy Đoan (Chủ biên), *Đại số và Giải tích 11 Nâng Cao*, NXB Giáo Dục.

[9] Đào Tam (Chủ biên), Lê Hiển Dương (2008), *Tiếp cận các phương pháp dạy học không truyền thống trong dạy học Toán ở trường đại học và trường phổ thông*, NXB Đại Học Sư Phạm.

[10] Nguyễn Duy Thuận (2007), *Giáo trình phát triển tư duy toán học trong học sinh*, NXB Đại Học Sư Phạm.

[11] Nguyễn Văn Thuận, Nguyễn Hữu Hậu (2010), *Phát hiện và sửa chữa sai lầm cho học sinh trong dạy học đại số và giải tích ở trường phổ thông*, NXB Đại Học Sư Phạm.

[12] Trần Anh Tuấn (2007), *Dạy học môn toán ở trường trung học cơ sở theo hướng tổ chức các hoạt động toán học,* NXB Đại Học Sư Phạm.

PHỤ LỤC 1

Giáo án 1:

Tiết 26: Bài 2: HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP (tiết 1)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Giúp HS nắm được:

- Khái niệm hoán vị, công thức tính số hoán vị của một tập hợp có n phần tử.
- Học sinh cần hiểu được cách chứng minh định lý về số các hoán vị.
- Khái niệm chỉnh hợp, công thức tính số các chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- Học sinh cần hiểu được cách chứng minh định lý về số các chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- Học sinh phân biệt được khái niệm: Hoán vị và chỉnh hợp.

2. Về kĩ năng:

- Áp dụng được các công thức tính số các hoán vị, số các chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- Vận dụng được vào giải các bài tập có liên quan.

3. Về thái độ:

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp, bài toán cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic, thực tế và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ

1. Giáo viên

- Phương tiện: SGK, giáo án, sách GV.

- Phương pháp: gợi mở vấn đáp, nêu và giải quyết vấn đề, hoạt động nhóm.

2. Học sinh: : SGK, vở ghi bài, xem bài trước khi đến lớp.

III. TỔ CHỨC DẠY HỌC

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung
Hoạt động 1: Ổn định lớp (1 phút) Lớp 11A2, sĩ số 38 HS		
Hoạt động 2: Kiểm tra bài cũ (6 phút)		
- GV nêu câu hỏi kiểm tra bài cũ. - Gọi 2 HS lên bảng làm, mỗi HS làm một câu. - Sau đó GV gọi một HS khác nhận xét và GV sẽ đưa ra ý kiến của mình và cho điểm HS.	HS làm bài: a) Với chữ số đầu tiên là 3 thì các chữ số còn lại (từ 2 đến 5) mỗi chữ số đều có 7 cách chọn từ tập hợp X. Theo quy tắc nhân ta có 1.7.7.7.7 = 2401 số. b) Các số tự nhiên có 5 chữ số lấy từ X gồm có 7.7.7.7.7 = 16807 số. Các số tự nhiên lấy từ X có chữ số tận cùng bằng 4 thì gồm có 7.7.7.7 = 2401 số. Vậy số các số tự nhiên không tận cùng bằng chữ số 4 là 16807 – 2401 = 14406 số.	**Câu hỏi kiểm tra bài cũ:** Cho X = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Hỏi có bao nhiêu chữ số lấy từ X sao cho: a) Có chữ số đầu là 3 b) Không tận cùng bằng chữ số 4
Hoạt động 3 : 1. Hoán vị (13 phút)		
- GV đưa ra bài toán mở đầu : Ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các số	- HS đưa ra kết quả : Ta có thể lập được các số như sau : 123, 132, 213, 231, 312, 321. Vậy ta có	**1. Hoán vị** *a) Hoán vị là gì ?* Cho tập hợp A có n phần tử $(n \geq 1)$ phần tử. Khi

1, 2, 3 ? - Mỗi số tìm được là một cách sắp xếp thứ tự ba phần tử của tập hợp A = {1 ; 2 ; 3} được gọi là một hoán vị của ba phần tử này. Hỏi hoán vị của n phần tử là gì? - Việc lập ra một số có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số trong tập hợp A = {1 ; 2 ; 3} có thể chia thành những công đoạn nào và mỗi công đoạn có bao nhiêu cách chọn? - Vậy các số có thể được tính theo quy tắc nào và bằng bao nhiêu? - GV tổ chức cho HS thảo luận nhóm để tìm ra số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử. - GV nhấn mạnh lại kiến	thể lập được tất cả là 6 số. - Cho tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$) phần tử. Khi sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập A (gọi tắt là một hoán vị của A). - Mỗi cách lập ra một số có 3 chữ số từ các chữ số trong tập hợp A có 3 công đoạn: + Công đoạn 1: chọn số ở vị trí hàng trăm, có 3 cách chọn. + Công đoạn 2: chọn số ở vị trí hàng chục, có 2 cách chọn. + Công đoạn 3 : chọn số ở vị trí hàng đơn vị, có 1 cách chọn. - Áp dụng quy tắc nhân và bằng 3.2.1 = 6 số. - HS sẽ thảo luận : ta sẽ chia mỗi cách sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A thành n công đoạn và tìm ra được số các hoán vị của n phần tử là : 1.2.3…(n – 1).n	sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập A (gọi tắt là một hoán vị của A). *b) Số các hoán vị* số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là $P_n = n! = 1.2.3…(n - 1).n$ **Ví dụ:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau ? **Giải:** Gọi số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với điều kiện $a_1 \neq 0$ và các chữ số a_2, a_3, a_4, a_5 phân biệt. + Bước 1 : chọn a_1 có 5 cách chọn (do a_1 khác 0) + Bước 2 : ta sắp 4 chữ số còn lại vào 4 vị trí có 4! = 24 cách. Theo quy tắc nhân ta có 5.24 = 96 số.

thức cần nhớ cho HS: số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là $P_n = n! = 1.2.3…(n – 1).n$ - GV cho HS làm ví dụ.	- HS làm ví dụ : Gọi số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với điều kiện $a_1 \neq 0$ và các chữ số a_2, a_3, a_4, a_5 phân biệt. + Bước 1 : chọn a_1 có 5 cách chọn (do a_1 khác 0) + Bước 2 : ta sắp 4 chữ số còn lại vào 4 vị trí có 4! = 24 cách. Theo quy tắc nhân ta có 5.24 = 96 số.	
Hoạt động 4 : 2. Chỉnh hợp (15 phút)		
- GV đưa ra bài toán mở đầu: Có thể lập được bao nhiêu số có 2 chữ số khác nhau từ tập hợp A = {1; 2; 3; 4}. Hãy liệt kê các số đó? - Việc lập ra một số như trên có thể chia ra làm những công đoạn nào và mỗi công đoạn như vậy có bao nhiêu cách chọn ?	- HS trả lời : ta có thể lập được tất cả là 12 số như sau: 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43. - Việc lập ra một số như trên gồm có hai công đoạn : + Công đoạn 1: chọn số ở vị trí hàng chục, có 4 cách chọn.	**2. Chỉnh hợp** *a) Chỉnh hợp là gì ?* Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Khi lấy ra k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A). *b) Số các chỉnh hợp*

	+ Công đoạn 2: chọn số ở vị trí hàng đơn vị, có 3 cách chọn (do chữ số hàng chục phải khác chữ số ở hàng đơn vị).	Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ $n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$
- Vậy số các số có thể lập được được tính theo quy tắc nào và bằng bao nhiêu?	- Áp dụng quy tắc nhân ta có 4.3 = 12 số.	*<u>Chú ý:</u>* Ta quy ước 0! = 1 và $A_n^0 = 1$
- Ngoài cách lập như trên ta còn có cách lập nào khác nữa không?	- Các số có thể lập được bằng cách chọn ra hai số bất kì trong bốn số đã cho rồi đem sắp xếp thứ tự cho hai số đã chọn.	**Ví dụ:** Một lớp học có 40 HS. GV cần chọn ra một nhóm gồm 3 HS, trong đó có một HS làm lớp trưởng, một HS làm lớp phó và một HS làm bí thư. Hỏi có bao nhiêu cách để GV chọn?
- Mỗi cách chọn ra hai số trong bốn số đã cho rồi đem xếp theo một thứ tự nhất định được gọi là một chỉnh hợp chập hai của bốn phần tử. Vậy chỉnh hợp chập k của n phần tử là gì ?	- HS phát biểu định nghĩa : Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \le k \le n$. Khi lấy ra k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).	**Giải:** Việc chọn ra một nhóm gồm 3 HS trong đó có một HS làm lớp trưởng, một HS làm lớp phó và một HS làm bí thư là một chỉnh hợp chập 3 của 40 phần tử nên ta có:
- GV tổ chức cho HS hoạt động nhóm để phát hiện ra số chỉnh hợp chập k của n phần tử. - GV nhấn mạnh lại kiến thức cần nhớ cho HS : số các chỉnh hợp chập k của n	- HS thảo luận nhóm dựa theo bài toán mở đầu sẽ tìm ra được số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là $n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$	$A_{40}^3 = 59280$ cách chọn.

phần tử là $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ $n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$ - GV cho HS làm ví dụ.		
Hoạt động 5 : Củng cố và dặn dò (10 phút)		
- Qua bài học hôm nay các em cần nắm được : + Hoán vị là gì? Công thức tính số các hoán vị của tập hợp gồm có n phần tử. + Chỉnh hợp là gì? Công thức tính số chỉnh hợp chập k của một tập hợp gồm có n phần tử. - GV yêu cầu HS làm bài tập củng cố. - GV nhận xét, sửa chữa cho HS. - Các em về nhà học bài, làm bài tập 5, 6 trang 26 SGK và xem trước phần còn lại của bài hôm nay.	- HS làm bài : a) Mỗi cách xếp 10 HS này thành một hàng dọc là một hoán vị của 10 phần tử. Do đó ta có số cách sắp xếp 10 HS thành một hàng dọc là: 10! = 3 628 800 cách. b) Mỗi cách chọn ra 3 HS từ 10 HS để đi trực sao đỏ trong đó một em trực về kiểm tra sổ đầu bài, một em trực về kiểm tra vệ sinh và một em trực về tác phong của HS là một chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử. Do đó ta có số cách chọn là $A_{10}^3 = 720$ cách chọn.	Bài tập củng cố: Một tổ có 10 HS. Hỏi: a) Có bao nhiêu các xếp 10 HS này thành một hàng dọc? b) Có bao nhiêu cách để GV chọn ra một nhóm gồm 3 HS đi trực sao đỏ trong đó một em trực về kiểm tra sổ đầu bài, một em trực về kiểm tra vệ sinh và một em trực về tác phong của HS?

Giáo án 2:

Tiết 35: Bài 5: CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT (tiết 1)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Giúp HS nắm được:

- Các khái niệm: biến cố hợp, biến cố xung khắc, biến cố đối.
- Công thức cộng xác suất và điều kiện áp dụng công thức này.
- Công thức cộng xác suất đối với hai biến cố đối nhau.

2. Về kĩ năng

- HS nhận biết và thể hiện được các biến cố hợp, biến cố xung khắc, hai biến cố đối nhau.
- HS biết áp dụng công thức cộng xác suất để giải các bài toán xác suất đơn giản.

3. Về thái độ: cẩn thận, chính xác, tích cực suy nghĩ tham gia vào bài học, tìm tòi để trả lời câu hỏi và hoạt động nhóm.

II. CHUẨN BỊ

1. Giáo viên:

- Phương tiện: SGK, giáo án, bảng phụ.
- Phương pháp: gợi mở vấn đáp, nêu và giải quyết vấn đề, hoạt động nhóm.

2. Học sinh: : SGK, vở ghi bài, xem bài trước khi đến lớp.

III. TỔ CHỨC DẠY HỌC

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung
Hoạt động 1: Ổn định lớp (1 phút) Lớp 11A2, sĩ số 38 HS		
Hoạt động 2: Kiểm tra bài cũ (10 phút)		
- GV nêu câu hỏi kiểm tra bài cũ. - GV gọi một HS lên bảng làm bài. Sau đó gọi một HS khác nhận xét bài làm của bạn. - GV nhận xét, sửa chữa và chấm điểm cho HS.	- HS làm bài	Xét một phép thử được thực hiện theo thứ tự sau: gieo một đồng xu cân đối và đồng chất và gieo tiếp một con súc sắc cân đối cân chất. Gọi A là biến cố: “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa” B là biến cố: “Con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho

		3” C là biến cố: “ Đồng xu xuất hiện mặt sấp và con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm chẵn” D là biến cố: “Đồng xu không xuất hiện mặt ngửa” 1. Mô tả $\Omega_A, \Omega_B, \Omega_A \cup \Omega_B$. Phát biểu bằng lời biến cố mà có tập các kết quả thuận lợi cho nó là $\Omega_A \cup \Omega_B$. 2. Mô tả $\Omega_A, \Omega_C, \Omega_A \cap \Omega_C$. Biến cố A và C có đồng thời xảy ra không? 3. Mô tả $\Omega_A, \Omega_D, \Omega_A \cap \Omega_D$. Em có nhận xét gì về hai mệnh đề phát biểu biến cố A và D. Dùng phép toán tập hợp biểu diễn Ω theo $\Omega_A và \Omega_D$
Hoạt động 3: 1. Quy tắc cộng xác suất (18 phút)		
- Từ phần kiểm tra bài cũ GV nhấn mạnh lại: + Câu 1 còn phát biểu “A hoặc B xảy ra” + Câu 3: Nếu D xảy ra thì A có xảy ra không? Và mệnh đề đảo lại còn đúng không? - Biến cố mà tập các kết quả thuận lợi cho nó là $\Omega_A \cup \Omega_B$ là một trong	- Nếu D xảy ra thì A không xảy ra. Và nếu A xảy ra thì D không xảy ra.	**1. Quy tắc cộng xác suất** *a) Biến cố hợp* + Hợp của hai biến cố A & B kí hiệu: $A \cup B$ + Biến cố $A \cup B$ được phát biểu: “………” + Tập các kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là: …… + $A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k$ là biến cố: “ít nhất một trong k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ xảy ra.

những biến cố mà tiết học học hôm nay chúng ta sẽ đề cập đến. - Trong tiết học này ta luôn giả thiết các biến cố đang xét là các biến cố của cùng một phép thử T nào đó và các kết quả của T là đồng khả năng. - Quay trở lại phần kiểm tra bài cũ: bằng việc tự nghiên cứu trước bài ở nhà, em hãy cho biết ở câu 1 biến cố mà có tập các kết qủa thuận lợi cho nó là $\Omega_A \cup \Omega_B$ có tên gọi là gì? - GV ghi câu trả lời của HS vào phần bảng của câu 1 phần kiểm tra bài cũ và GV khẳng định : biến cố A hợp B được kí hiệu là $A \cup B$. - GV: biến cố $A \cup B$ là biến cố: “Ít nhất một trong hai biến cố A, B xảy ra”. Vậy tương tự hợp của k biến cố	- HS suy nghĩ, trả lời theo yêu cầu: Là biến cố hợp của hai biến cố A và B. - “Ít nhất một trong k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ xảy ra.	*b) Biến cố xung khắc* + A &B là hai biến cố xung khắc $\Leftrightarrow \Omega_A \cap \Omega_B = \ldots$ + A &B là hai biến cố xung khắc $\Leftrightarrow A \& B$ …..đồng thời xảy ra. *c) Quy tắc cộng xác suất* + Cho A và B là hai biến cố xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ + Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ đôi một xung khắc thì $P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) +$ *c) Biến cố đối* + Biến cố đối của A kí hiệu $\overline{A}$ + Biến cố $\overline{A}$ được phát biểu là : « …….. » + $\Omega_{\overline{A}}$ = ………(biểu diễn $\Omega_{\overline{A}}$ theo Ω và Ω_A) **Chú ý :** + Hai biến cố đối nhau là hai biến cố xung khắc (điều ngược lại là không đúng) + $\Omega_A \cup \Omega_{\overline{A}} = \Omega$

$A_1, A_2, ..., A_k$ được phát biểu như thế nào? - Ở câu 2 biến cố A và C có đặc điểm $\Omega_A \cap \Omega_C = \varnothing$ thì A và C có quan hệ gì ? - GV ghi câu trả lời của HS vào phần bảng của câu 2 phần kiểm tra bài cũ. - Ở câu 3 : hai biến cố A và D có đặc điểm : $\begin{cases} \Omega_A \cap \Omega_D = \varnothing \\ \Omega_A \cup \Omega_D = \Omega \end{cases}$ có quan hệ gì ? - Ta còn nói D là biến cố đối của biến cố A (hay ngược lại). Kí hệu biến cố đối của A là $\overline{A}$ và GV ghi vào phần 3 của phần kiểm tra bài cũ. - Qua việc tự nghiên cứu trước bài hoặc quan sát các câu 1, 2, 3 của phần kiểm tra bài cũ : một cách tổng quát em hãy điền vào dấu … để được các khẳng định đúng ?	- HS suy nghĩ trả lời theo yêu cầu: Là hai biến cố xung khắc. - HS suy nghĩ trả lời theo yêu cầu: Là hai biến cố đối nhau. - HS tích cực hoạt động nhóm và điền vào chỗ trống trong ví dụ 1. a) + "A hoặc B xảy ra" + $\Omega_A \cup \Omega_B$ b) A và B là xung	**Ví dụ 1:** Chọn ngẫu nhiên một HS trong lớp 11A. Gọi A là biến cố : « HS đó là nữ » B là biến cố : « HS đó có học lực loại giỏi » a) Phát biểu bằng lời biến cố $A \cup B$:…… b) A và B có xung khắc không ?

(cho mỗi nhóm điền một phần a, b hoặc c) - Cho HS nhận xét chéo nhau. Nhận xét xong phần nào thì GV treo phần đó vào chỗ ghi bài. - Hai biến cố đối nhau có phải là hai biến cố xung khắc không? Đảo lại có đúng không? - Cho hoạt động nhóm làm ví dụ 2, mỗi nhóm làm một câu, mỗi câu chọn một nhóm nhanh nhất lên treo kết quả. - GV cho HS nhận xét chéo và chính xác lại bài làm của HS.	khắc nhau. + $\Omega_A \cap \Omega_B = \varnothing$ + A và B không đồng thời xảy ra. c) + "Không xảy ra biến cố A" + $\Omega_{\overline{A}} = \Omega \setminus \Omega_A$ - Hai biến cố đối nhau là hai biến cố xung khắc. Đảo lại không đúng. a) Biến cố $\overline{A}$: "không có lần nào bắn trúng" b) Biến cố xung khắc với biến cố B là: "Có đúng 3 lần bắn trúng" - HS tích cực nhận xét bài.	Vì sao ? c) Phát biểu bằng lời biến cố $\overline{A}$? **Ví dụ 2 :** Thực hiện phép thử bắn vào tấm bia 3 lần liên tiếp. Gọi A là biến cố : « Có ít nhất một lần bắn trúng » B là biến cố : « Có đúng một lần bắn trúng » a) Phát biểu bằng lời biến cố $\overline{A}$? b) Lấy ví dụ về biến cố xung khắc với biến cố B ?
Hoạt động 4: HS xây dựng quy tắc cộng (15 phút)		
- Cho HS hoạt động nhóm Cho A và B là hai biến cố xung khắc của một phép thử nào đó. 1) Tính $\lvert\Omega_A \cup \Omega_B\rvert$ theo $\lvert\Omega_A\rvert$ và $\lvert\Omega_B\rvert$	1. $\lvert\Omega_A \cup \Omega_B\rvert = \lvert\Omega_A\rvert + \lvert\Omega_B\rvert$ 2. $P(A \cup B)$ = P(A) + P(B)	*d) Quy tắc cộng xác suất* Cho A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (1) Cho k biến cố

2) Tính $P(A \cup B)$ theo P(A) và P(B). - **Đặt vấn đề:** như vậy nếu hai biến cố xung khắc thì xác suất của biến cố hợp bằng tổng xác suất của hai biến cố đó. Đó chính là công thức cộng xác suất mà chúng ta sẽ xét tiếp theo. - Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ đôi một xung khắc. Công thức (1) là công thức cộng cho hai biến cố xung khắc. Một cách tương tự hãy nêu công thức tính $P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k)$? - Công thức (1) chỉ đúng với hai biến cố xung khắc, nếu thay B bởi $\overline{A}$ thì công thức còn đúng không? Vì sao? Khi đó công thức (1) thay đổi như thế nào? - Cho HS thi xem nhóm nào trả lời câu hỏi trắc nghiệm nhanh hơn	$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k)$ $= P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_k)$ - Nếu thay B bởi $\overline{A}$ thì công thức trên vẫn còn đúng. Vì hai biến cố độc lập là hai biến cố xung khắc. Khi đó công thức (1) sẽ trở thành: $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ + Câu 1 : 1Đ ; 2S ; 3Đ ;4Đ + Câu 2: 1C; 2A; 3B; 4D	$A_1, A_2, ..., A_k$ đôi một xung khắc thì : $P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k)$ $= P(A_1) + ... + P(A_k)$ Định lí : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ **Ví dụ 3** : Từ một hộp có 5 quả cầu xanh và 6 quả cầu đỏ, người ta

		lấy ngẫu nhiên 4 quả cầu. Gọi M là biến cố : « Lấy được cả 4 quả màu xanh » N là biến cố : « Lấy được cả 4 quả màu đỏ » E là biến cố : « Lấy được cả 4 quả cùng màu » F là biến cố : « Trong 4 quả lấy được phải có quả màu đỏ ». *Câu 1* : Kiểm tra tính đúng sai của các mệnh đề sau : 1) M và N là hai biến cố xung khắc 2) M và N là hai biến cố đối nhau. 3) $E = M \cup N$ 4) $F = \overline{M}$ *Câu 2* : Chọn đáp án đúng (các kết quả tính gần đúng đến hàng phần nghìn) 1) Xác suất của biến cố A bằng : a. 0,013 b. 0,014 c.

		0,015 d. 0,016 2) Xác suất của biến cố B bằng : a. 0,045 b. 0,044 c. 0,046 d. 0,047 3) Xác suất của biến cố E bằng : a. 0,059 b. 0,060 c. 0,061 d. 0,062 4) Xác suất của biến cố F bằng : a. 0.984 b. 0,987 c. 0,986 d. 0,985 *Đáp án :* Câu 1 : 1Đ ; 2S ; 3Đ ;4Đ Câu 2: 1C; 2A; 3B; 4D
Hoạt động: Củng cố và dặn dò (1 phút) Qua tiết học hôm nay các em cần nắm được thế nào là hai biến cố hợp, hai biến cố xung khắc, hai biến cố đối nhau đặc biệt là quy tắc cộng xác suất. Các em về nhà học bài và xem tiếp phần còn lại của bài này!		

PHỤ LỤC 2

ĐỀ KIỂM TRA 1 TIẾT

Môn: Toán

Thời gian: 45 phút

Câu 1: (3 điểm) Cho tập A = {0; 1; ...; 9}. Hỏi ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số khác nhau?

Câu 2: (3 điểm) Giải bài toán sau bằng hai cách

Trong một phòng thí nghiệm hóa học có 12 ống nghiệm giống nhau, trong đó có 4 ống nghiệm bị hỏng. Lấy ngẫu nhiên 3 ống nghiệm, tính xác suất để người ta lấy được ít nhất một ống nghiệm tốt.

Câu 3: (2 điểm) Biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1-3x)^n$ là 90. Hãy tìm n?

Câu 4: (2 điểm) Trong một cuộc không chiến máy bay ta được bắn địch trước và xác suất để máy bay ta bắn trúng địch là 0,75. Nếu như máy bay ta bắn không trúng địch thì quân ta bị địch bắn trả lại với xác suất trúng là 0,6. Tính xác suất để máy bay của ta bị rớt ngay từ lần không chiến đầu tiên?

Đáp án:

Câu 1: Gọi số cần tìm là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ ($a_1 \neq 0$, $a_5 \in \{0;2;4;6;8\}$, $a_i \neq a_j$ với $i \neq j$)

- Trường hợp 1: $a_5 = 0$

+ Chọn a_1 có 9 cách

+ Chọn a_2 có 8 cách

+ Chọn a_3 có 7 cách

+ Chọn a_4 có 6 cách

Vậy trong trường hợp này ta có 9.8.7.6 = 3024 số

- Trường hợp 2: $a_5 \neq 0$

+ Chọn a_5 có 4 cách

+ Chọn a_1 có 8 cách

+ Chọn a_2 có 8 cách

+ Chọn a_3 có 7 cách

+ Chọn a_4 có 6 cách

Vậy trong trường hợp này ta có 4.8.8.7.6 = 10752 số.

Vậy có tất cả 3024 + 10752 = 13776 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2:

Cách 1:

Số cách để ta lấy ngẫu nhiên 3 ống nghiệm trong tổng số 12 ống nghiệm là $C_{12}^3 = 220$

Gọi A là biến cố: "Lấy được ít nhất một ống nghiệm tốt".

Khi đó ta có các trường hợp sau:

- Trường hợp 1: lấy được một ống nghiệm tốt và hai ống nghiệm hỏng, có $C_8^1.C_4^2 = 48$ cách lấy.

- Trường hợp 2: lấy được hai ống nghiệm tốt và một ống nghiệm hỏng, có $C_8^2.C_4^1 = 112$ cách lấy.

- Trường hợp 3: lấy được ba ống nghiệm tốt, có $C_8^3 = 56$ cách

Theo quy tắc cộng thì ta có: 48 + 112 + 56 = 216 cách chọn được ít nhất một ống nghiệm tốt.

Vậy P(A) = $\frac{216}{220} = \frac{54}{55}$

<u>Cách 2:</u> Gọi A là biến cố: "Lấy được ba ống nghiệm hỏng"

Khi đó P(A) = $\frac{C_4^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{55}$

Gọi B là biến cố: "Lấy được ít nhất một ống nghiệm tốt". Suy ra B là phần bù của A nên ta có: P(B) = 1 – P(A) = $1 - \frac{1}{55} = \frac{54}{55}$

Câu 3: Hạng tử thứ k + 1 có dạng $C_n^k.1^{n-k}.(-3x)^k = (-3)^k C_n^k x^k$. Theo đề bài ta có k = 2.

Ta được: $(-3)^2.C_n^2 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10$ (điều kiện $n \geq 2$).

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 10 \Leftrightarrow \frac{(n-1).n}{2} = 10 \Leftrightarrow n^2 - n - 20 = 0 \quad n = 5 \vee n = -4$$

Vậy n = 5

Câu 4: Gọi A là biến cố: "Máy bay ta bắn không trúng địch"

B là biến cố: "Máy bay địch bắn trúng ta"

C là biến cố: "Máy bay của ta bị rớt ngay từ lần không chiến đầu tiên"

Khi đó ta thấy A và B là hai biến cố độc lập và P(C) = P(AB) = P(A)P(B) = 0,25.0,6 = 0,15.